DIE ONDERRIG VAN NEGATIEWE GETALLE IN DIE PRIMêRE SKOOL: 'n ONDERRIGEKSPERIMENT

I G MALAN, B Sc, B ED

TESIS INGELEWER TER GEDEELTELIKE VOLDOENING AAN DIE VEREISTES VIR DIE GRAAD VAN MAGISTER IN DIE OPVOEDKUNDE

AAN DIE

UNIVERSITEIT VAN STELLENBOSCH

STUDIELEIER: PROF P G HUMAN

STELLENBOSCH

MAART 1987

DANKBETUIGINGS

Hiermee betuig ek my opregte dank en waardering teenoor die volgende:

* Prof. P.G. Human, my studieleier, wat met sy professionele leiding, wiskundige insig en toewyding ŉ bron van inspirasie was.

* Mev. J.C. Murray vir haar belangstelling, raad en hulp.

* Mnr. E.L. Burger, Skoolhoof van die Laerskool Swellendam, die betrokke onderwysers/esse en leerlinge van die skool vir die geleentheid om die ondersoek daar te onderneem en vir geesdriftige deelname aan die program.

* Mev. M. van Niekerk vir haar netjiese en noukeurige tikwerk.

* My eggenote, Angenita, en my kinders vir hul onderskraging.

My dank aan ons Hemelse Vader - aan Hom kom al die lof en eer toe.

SWELLENDAM

MAART 1987

INHOUDSOPGAWE | BLADSY

HOOFSTUK 1: INLEIDING 1

1.1 Ondersoeke van Murray 1
1.2 Ondersoek van Bell 2
1.3 Ondersoeke van Goffree en Buys 5
1.4 Doelstellings van hierdie ondersoek 6
1.5 Aanbiedingstrategie 8
1.6 Verloop van die Navorsing 12

HOOFSTUK 2: DIE EERSTE ONDERRIGSESSIE 13

2.1 Onderrig aan St. 4- en 5-leerlinge 13
2.2 Waarnemings tydens die eerste onderrig aan St. 4- en 5-leerlinge 23
2.3 Onderrig aan St. 2- en 3-leerlinge 24
2.4 Onderhoude 27
2.5 Resultate van die Eerste Onderrigsessie 41

HOOFSTUK 3: DIE TWEEDE EN DERDE ONDERRIGSESSIES 46

3.1 Verloop van die Tweede Onderrigsessie 46
3.2 Resultate van die Tweede Onderrigsessie 49
3.3 Onderhoude met St. 2-leerlinge 64
3.4 Verloop van die derde Onderrigsessie 67

.../2

HOOFSTUK 4: ONTLEDING VAN LEERLINGE SE REKENSTRATEGIEë 76

4.1 Die onderskeiding van verskillende strategieë 76

4.2 Die benutting van die verskillende strategieë 87

4.3 Die mate van sukses wat die leerlinge met die verskillende strategieë behaal het 95

4.4 Benutting van strategieë deur St. 3 tot 5-leerlinge in die Oktober toetse 100

4.5 Deurlopende resultate van St. 3 oor die vier toetse vanaf Oktober 1985 tot Maart 1986 106

4.6 Verspreiding van strategieë wat leerlinge gebruik het tydens die onderhoude 112

HOOFSTUK 5: GEVOLGTREKKINGS EN AANBEVELINGS 115

5.1 Gevolgtrekkings 115

5.2 Aanbevelings 119

HOOFSTUK 1

Leerlinge se beheersing van heelgetalrekenkunde het die afgelope jare in toenemende mate die aandag van Wiskunde-didaktici geniet. Met die ondersoeke wat in verskillende lande geloods is, is moontlike oorsake van leerlingfoute, alternatiewe verduidelikingsmetodes en leerlinge se intuïsies nagevors. Enkele navorsingsprojekte word vervolgens kortliks bespreek.

1.1 ONDERSOEKE VAN MURRAY

Murray (1984) het bevind dat st. 6-leerlinge reeds voor onderrig in heelgetalrekenkunde besonder goed in sekere bewerkingsgevalle presteer.

Dit het aanleiding gegee tot die hipotese dat leerlinge moontlik reeds op 'n vroeër stadium onderrig in heelgetalrekenkunde kan ontvang. Ten einde hierdie moontlikheid na te vors, is persoonlike onderhoude met 'n aantal laerskoolleerlinge gevoer. Die resultate van hierdie onderhoude het die vermoede bevestig dat laerskoolleerlinge reeds sommige bewerkingsgevalle kan begryp, asook dat hierdie bewerkings en die begrip van 'n negatiewe getal nie vir laerskoolleerlinge vreemd en onaanvaarbaar is nie. Daar is bevind dat leerlinge selfs vanaf st. 2-vlak reeds in staat is om sekere bewerkings intuïtief korrek uit te voer.

Die bevindings van Murray is deur Hugo (1986) gekontroleer en bevestig in 'n ander omgewing en met ander leerlinge.

1.2 ONDERSOEK VAN BELL

Bell (1983 : 28-32) het bevind dat leerlinge aftrekking baie moeiliker as optelling vind en dat verkeerde getallelyntoepassings en verwarde gebruik van reëls dikwels voorkom.

Die tradisionele wyse waarop gerigte getalle aangebied word, is om enkele toepassings daarvan te gee, daarna word die verskillende bewerkings gedefinieer, bv. optelling op die getallelyn, aftrekking as optel van die teengestelde en vermenigvuldiging en deling met reëls. Bell (1982 : 66-72) bevind dat optelling sinvol en suksesvol met behulp van die getallelyn aangebied word, maar dat aftrekking aansienlik moeiliker is en leerlinge nie die getallelyn met begrip vir hierdie bewerking kan toepas nie. Dit lei daartoe dat die leerlinge reëls vir aftrekking gebruik en dat die reëls dikwels verwar of verkeerd toegepas word.

Hy stel dan voor dat leerlinge met 'n aantal situasies, waar heelgetalle toegepas word, moet kennis maak. Hierdie situasies moet aan die leerling ervarings van verskillende toepassings van heelgetalle bied, sodat die leerlinge 'n gevoel vir die betekenis en die funksie van die moeiliker bewerkings, soos aftrekking, kan ontwikkel. Voorbeelde van die toepassings wat Bell voorstel, is die volgende:

* om leerlinge se daaglikse balanse van sakgeld te vergelyk;

* dat 'n aantal leerlinge 'n tabel opstel waarop hullè lengtes en ook relatiewe lengtes aangedui word, soos bv.

Leerling	Lengte in cm	Lengte relatief tot			
		A	B	C	D
A	153	0	$^{+}6$	$^{-}7$	$^{-}22$
B	147	$^{-}6$	0	$^{-}13$	$^{-}28$
C	160	$^{+}7$	$^{+}13$	0	$^{-}15$
D	175	$^{+}22$	$^{+}28$	$^{+}15$	0

Hieruit kan verskille ontwikkel en kan hulle waarneem dat bv. lengte A - lengte B = -(lengte B - lengte A);

* die beweeg van motors in 'n noordelike en suidelike rigting;

* die gebruik van die "Top 40 Pop Chart";

* die gebruik van gekleurde kubusse waar een kleur positiewe getalle en die ander kleur negatiewe getalle voorstel;

* rekenaarprogramme wat beweging op 'n getallelyn voorstel. Positief en negatief word voorgestel as beweging vorentoe of agteruit en aftrekking voorgestel as omkeer.

Murray (1984 : 3) het egter bevind dat leerlinge nie alle gevalle van aftrekking moeilik vind nie. Sekere gevalle van aftrekking, bv. -12 - -5, is deur 57% van 'n groep van 993 St. 6-leerlinge intuïtief korrek beantwoord, voordat hulle enige onderrig in heelgetalle ondervind het.

1.3 ONDERSOEKE VAN GOFFREE EN BUYS

Goffree (1985 : 1-21) en Buys (1985 : 1-15) het met hul ondersoeke bevind dat laerskoolleerlinge duidelike intuïtief-gevormde begrippe oor negatiewe getalle het.

In sy ondersoek na die moontlikheid of leerlinge reeds op laerskool oor negatiewe getalle onderrig kan word, het Goffree die leerlinge 'n onvoltooide getallelyn gegee, met die opdrag dat hulle die getallelyn moet voltooi. Hy bevind dat, alhoewel leerlinge probleme met die notasiewyse ondervind het, hulle 'n intuïtiewe begrip van getalle "links van 0" getoon het. Met oefeninge wat aan Nederlandse leerlinge in klasse 3, 5 en 6 gegee is, vind hy dat hulle die bewerkings met heelgetalle verbasend goed kan doen. Verder is die prestasie van leerlinge in klas 6 (st. 4) nie beduidend hoër as die prestasie van leerlinge in klas 3 (st. 1) nie, waaruit hy aflei dat die intuïtief-gevormde begrippe moontlik nie veel gedurende daardie jare ontwikkel nie, maar reeds op die stadium van klas 3 gevorm is.

Buys het tydens onderhoude met leerlinge in klas 6 gepoog om uit te vind of (i) die leerlinge reeds van negatiewe getalle bewus is, (ii) watter betekenis hulle aan negatiewe getalle heg en (iii) of hulle daartoe in staat is om berekeninge met negatiewe getalle te doen. Hy bevind dat hierdie leerlinge reeds bewus is van negatiewe getalle, dat hulle 'n betekenis daaraan kan heg, bv. in terme van temperatuur en skuld, en dat hulle ook reeds intuïtief bewerkings met heelgetalle kan doen.

1.4 DOELSTELLINGS VAN HIERDIE ONDERSOEK

Die resultate van die bogenoemde ondersoeke het die vermoede laat ontstaan dat sommige aspekte van heelgetalrekenkunde reeds met sukses op laerskoolvlak onderrig kan word.

Die doelstellings van hierdie ondersoek was dus die volgende:

1. Om na te gaan of laerskoolleerlinge gereed is om onderrig in heelgetalle te ontvang.

2. Om vas te stel op watter stadium leerlinge met heelgetalonderrig sou kon begin en of daar 'n volgorde van moeilikheidsgraad is waarin die verskillende bewerkings onderrig moet word.

3. Om 'n beeld te kry van leerlinge se eie rekenstrategieë vir die

verskillende bewerkingsgevalle.

4. Om te probeer onderskei tussen die rekenstrategieë wat leerlinge met sukses vir elke bepaalde bewerking toepas en die rekenstrategieë wat tot verkeerde berekeninge lei.

5. Om 'n moontlike aanbiedingstrategie van heelgetalrekenkunde aan laerskoolleerlinge te ondersoek.

1.5 AANBIEDINGSTRATEGIE

Volgens Murray (1986 : 159-177) moet enige onderwyser met die aanbieding van negatiewe getalle drie belangrike besluite neem:

* watter toegangsweg sal vir die leerling die beste wees om betekenis aan die inhoud te gee;

* watter funksies van die inhoud binne en buite wiskunde beklemtoon moet word;

* watter denkhulpmiddele voorsien moet word.

Die beste toegangsweg sal grootliks bepaal word deur die leerlinge se bestaande voorkennis en bestaande intuïsies oor die betrokke inhoud. Daarby is dit noodsaaklik dat die inhoud noukeurig ontleed word, want dit is moontlik dat verskillende aspekte of afdelings van die inhoud nie ewe suksesvol met dieselfde toegangsweg aangebied word nie, en nie noodwendig deur dieselfde denkhulpmiddele ondersteun word nie.

Na aanleiding van die resultate van die ondersoeke van Murray (1984), is besluit om temperatuur ('n termometer) as toegangsweg vir die begrip van 'n negatiewe getal te gebruik. Die leerlinge kon daarna uit eie keuse die bewerkings op die termometer ('n vertikale getallelyn) bereken, maar dan in terme van bewegings opwaarts of afwaarts, bv. vir -3 + -5 gaan 5 eenhede ondertoe vanaf -3.

Murray (1984) het ook bevind dat leerlinge hulle eie rekenstrategieë ontwikkel uit bestaande wiskundig/logiese intuïsies, en dan die nuwe bewerkingsgevalle hanteer deur aanvaarbare wiskundige prosesse soos veralgemening. Dit het verder geblyk dat verskillende leerlinge hul eie voorkeure toon wat strategieë betref, en ook dat hulle verskillende strategieë vir die onderskeie bewerkingsgevalle toepas. Daar is dus besluit om oefeninge te gee wat die voltooi van tabelle en patrone behels, sodat leerlinge teen hul eie tempo hul wiskundig/logiese intuïsies kan ontwikkel. Die toepassing van reëls as denkhulpmiddel, bv. "min maal 'n min is 'n plus", is geensins benut nie, omdat dit geblyk het dat hierdie metode dikwels tot verwarring gelei het. Om die ontwikkeling van eie spontane wiskundige intuïsies verder te stimuleer, is besluit om nie formeel klasonderwys te gee en te onderrig nie, maar dat leerlinge deur middel van klas- en groepbesprekings hul eie rekenmetodes aan mekaar verduidelik. Daar is besluit om die verhewe notasiewyse vir negatiewe getalle toe te pas om hierdeur te onderskei tussen die -teken as bewerkingsteken (aftrek) en die -teken om 'n negatiewe getal aan te dui.

Voordat daar met onderrig in die laerskool begin is, is die volledige program met St. 6-leerlinge voltooi. Dit was hierdie leerlinge se eerste kennismaking met negatiewe getalle en het ten doel gehad om die aanbiedingstrategie wat in die laerskool gevolg sou word, en ook die oefeninge, te verfyn.

Die onderrig aan die St. 6-leerlinge het die aandag op een probleem in die oefeninge gevestig, nl. dat etlike leerlinge nie skuld as 'n toegangsweg tot die negatiewe getalle verstaan het nie. Wanbegrippe wat hier ontstaan het, is na die berekeninge oorgedra.

So het leerlinge bv. op die vraag hoeveel geld 'n man het as hy R10 skuld, geantwoord dat hy niks het nie. Hulle het dan ook gereken dat as 'n man R5 skuld en hy leen R10, dan besit hy R10.

Verkeerde berekeninge wat gevolg het, was bv. -5 + 5 = 5.

"'n Man skuld R5, hy het dus niks nie, plus nog R5, dan het hy R5."

Daarenteen was 5 + -5 = 0, want "'n man het R5, hy gaan 'n skuld van R5 aan, dus het hy niks meer oor nie."

'Skuld as model is dus nie by die laerskoolleerlinge gebruik nie, weens die probleme wat met die St. 6-leerlinge ondervind is.

1.6 VERLOOP VAN DIE NAVORSING

Gedurende April 1985 is onderrig in die begrip en grootte-orde en ook optelling van heelgetalle aan St. 2 tot 5-leerlinge vir een week (5 periodes) gegee. Hierdie eerste onderrigsessie is in Oktober 1985 met 'n tweede sessie van 5 periodes opgevolg waartydens die onderrig voortgesit en aftrekking behandel is. Die eerste onderrigsessie is met 'n toets oor alle bewerkings afgesluit, terwyl die leerlinge in Oktober 'n voortoets, voor verdere onderrig, en 'n natoets na afloop van die week se onderrig, beantwoord het. Gedurende Maart 1986 het die vorige jaar se St. 2- en 3-leerlinge 'n derde onderrigsessie ontvang, waartydens hersiening gedoen is en aftrekking weer behandel is. Ook hierdie sessie is deur 'n voortoets voorafgegaan en gevolg deur 'n natoets.

****

HOOFSTUK 2

DIE EERSTE ONDERRIGSESSIE

2.1 ONDERRIG AAN ST. 4- EN 5-LEERLINGE

Die eerste besoek aan die st.4- en 5-leerlinge het as volg verloop.

1. Eerste dag

Die onderrig is ingelei met 'n kort bespreking oor negatiewe getalle, waarvoor die begrip temperatuur gebruik is. Leerlinge het self tipiese lae temperature geïdentifiseer, na aanleiding van die weerkaart oor televisie, as bv. minus 5 grade. Hierdie temperatuur is verduidelik as "5 grade onder vriespunt, en vriespunt is gelyk aan 0 grade."

Na afloop van hierdie eerste inleidende bespreking is 'n voorbeeld van 'n temperatuurskaal (vertikale getallelyn) op die skryfbord geteken en is enkele voorbeelde oor die grootte-orde van die getalle (in terme van temperatuur) en veranderinge in temperatuur met die klas behandel. Voorbeelde van vrae wat aan die leerlinge gestel is, is:

(i) "Die temperatuur is 7 grade op dorp A en -3 grade op dorp B. Waar is dit die koudste?

(ii) Watter een van die temperature -5 grade en -9 grade is die hoogste?

(iii) Die temperatuur op 'n dorp is 7 grade. Dit word 5 grade kouer. Wat is die nuwe temperatuur? Dit word nou nog 6 grade kouer. Wat sal die temperatuur dan wees?"

Hierdie probleme is met die klas behandel en antwoorde is mondeling deur die leerlinge verstrek en verduidelik. Alhoewel 'n temperatuurskaal as hulpmiddel gebruik is, is daar mettertyd afgesien van die terme "temperatuur" en "grade". Na 'n paar oefeninge is daar slegs van die "getal -7" gepraat. Hierdie aanpassing het geen probleme veroorsaak nie en is ook nie deur die leerlinge bevraagteken nie.

Nadat die mondelinge oefeninge afgehandel is, het die leerlinge 'n skriftelike oefening voltooi. Elke leerling het 'n vel (Bylae A) waarop 'n vertikale getallelyn (temperatuurskaal) afgerol is, ontvang om as hulpmiddel met die berekeninge te dien as hulle dit sou wou gebruik. Leerlinge het aanvanklik die getallelyn gebruik om die grootste of kleinste van twee getalle te bepaal, waarna hulle 'n verandering (toename of afname) in temperatuur maklik kon bepaal. Hierna het alle leerlinge spontaan daartoe oorgegaan om

+5 as "beweeg 5 eenhede op", en

+ -5 as "beweeg 5 eenhede af"

op die vertikale getallelyn te interpreteer.

Die doel met die skriftelike oefeninge van die eerste dag (Bylae B, Oefeninge 1 en 2) was om die grootte-orde van die heelgetalle en eerste eenvoudige beginsels oor optelling tuis te bring. Vrae soos bv.

"Watter getal is die kleinste: -7 of -3?" of

"Watter getal is 7 kleiner as -4?" of

"Watter getal is 5 groter as -8?"

het die grootte-orde getoets en ook as 'n eerste inleiding tot die optel en aftrek van negatiewe getalle gedien.

In die derde vraag moes leerlinge twee tabelle voltooi, bv.

TABEL A	TABEL B
$5 + 2 =$	$4 + -4 =$
$5 + 1 =$	$3 + -3 =$
$5 + 0 =$	ens.
$5 + -1 =$	$-1 + 1 =$
$5 + -2 =$	$-2 + 2 =$
ens.	ens.

Met hierdie tabelle is 'n poging aangewend om leerlinge van die eerste begrippe en beginsels van optel aan te leer, asook die belangrike beginsel dat $a + -a = 0$.

2. Tweede dag

Aan die begin van die tweede dag is die nagesiene eerste oefeninge aan die leerlinge uitgedeel. Hulle het in groepies van 2 tot 4 hul antwoorde met mekaar bespreek, aan mekaar verduidelik hoe elke berekening gedoen is en waar 'n leerling 'n voorbeeld nie kon doen nie, kon hy by sy klasmaats uitvind hoe om die voorbeelde te doen. Na afloop van die groepbesprekings het die leerlinge 'n tweede oefening voltooi.

Hierdie prosedure van eers groepbesprekings oor die vorige dag se werk te hou en dan op te volg met 'n skriftelike oefening, is voortaan elke dag gevolg.

Die oefeninge van die tweede dag het die voltooi van soortgelyke tabelle as die van die eerste dag behels (Bylae B, Oefening 3). Die tabelle het egter voorbeelde met negatiewe getalle ingesluit, soos bv.

-2 + -2 =

-2 + -1 =

-2 + 0 =

-2 + 1 =

ens.

Hierdie oefening is afgesluit met voorbeelde van optelling tussen twee getalle, soos bv.

5 + 3 =

-5 + -3 =

-5 + 3 =

5 + -3 =

3. Derde dag

Die oefeninge het weereens die voltooi van tabelle ingesluit om die leerlinge attent te maak op die ooreenkomste tussen optel van heelgetalle en optel en aftrek van natuurlike getalle. (Bylae B, Oefening 4).

Die eerste tabel

5 + 4 =	-5 + -4 =
7 + 6 =	-7 + -6 =
3 + 8 =	-3 + -8 =
ens.	ens.

het die ooreenkoms tussen die optel van natuurlike getalle en twee negatiewe getalle beklemtoon.

Die tweede tabel

7 - 4 =	7 + -4 =
9 - 5 =	9 + -5 =
8 - 3 =	8 + -3 =
ens.	ens.

het weer die aandag gevestig op die ooreenkoms tussen die aftrek van negatiewe getalle en optel van 'n positiewe en negatiewe heelgetal.

Hierdie oefening is afgesluit met gemengde voorbeelde oor optelling.

4. Vierde dag

Tydens die oefeninge wat met st. 6-leerlinge gedoen is, het etlike leerlinge die bewerking

-8 + 5 = -3

verduidelik as "-5 plus 5 is gelyk aan 0. Daar bly nog -3 oor, dus is die antwoord -3."

Hulle het dus die som van teengesteldes benut in die volgende rekenstrategie:

$$\begin{aligned} -8 + 5 &= (-3 + -5) + 5 \\ &= -3 + (-5 + 5) \\ &= -3 + 0 \\ &= -3. \end{aligned}$$

'n Oefening is gevolglik beplan om hierdie rekenstrategie by die laerskoolleerlinge te versterk. Die oefening het voorbeelde van die volgende aard ingesluit (Bylae B, Oefening 5):

Voltooi die volgende:

1. -10 = ... + -7

2. -9 + 5 = (.... + -5) + 5

= .... + (-5 + 5)

= .... + ...

= ....

Hierdie oefening het aansienlike probleme vir die leërlinge besorg. Vir 'n bespreking hiervan, verwys na par. 2.3 (ii).

5. Vyfde dag

Na afloop van die groepbesprekings het die leerlinge 'n toets afgelê waarin drie voorbeelde oor twaalf verskillende bewerkingstipes gevra is (Bylae B, Oefening 6). Die resultate word in paragraaf 2.6 behandel.

2.2 WAARNEMINGS TYDENS DIE EERSTE ONDERRIG AAN ST. 4- EN 5-LEERLINGE

Enkele belangrike waarneminge na afloop van hierdie eerste week is:

* Sommige leerlinge het aanvanklik probleme met die grootte-orde van negatiewe getalle gehad. Hulle het gewoonlik die absolute waarde van 'n getal vir berekeninge gebruik. Hierdie probleem is egter in die groepbesprekings maklik opgelos, veral wanneer daar na temperature verwys is. Die uiteindelike vordering van hierdie leerlinge is nie a.g.v. die aanvanklike wanbegrippe vertraag nie.

* 'n Tweede interessante waarneming was dat die leerlinge probleme gehad het om die oefeninge van die vierde dag (par. 2.2 voorbeelde 1 en 2), waar assosiatiwiteit van getalle vir optelling en die optelling van teengesteldes benut is, korrek te voltooi. Die leerlinge kon die antwoorde verskaf, maar kon nie die tussenstappe voltooi nie.

Hierdie probleem laat die vermoede ontstaan dat, alhoewel leerlinge 'n sekere strategie volg en sekere wiskundige begrippe of reëls spontaan informeel toepas, hulle nie die formele geskrewe uiteensetting met hul informele kennis in verband bring nie. In hierdie geval was dit duidelik dat leerlinge van die assosiatiewe wet en van optellingsinverses gebruik gemaak het, maar dit nie in die oefening herken het nie.

* Derdens het die leerlinge se spontane deelname aan die groepbesprekings, die genot wat hulle uit die oefeninge geput het en die suksès wat met hierdie werkwyse behaal is, opgeval. Die sukses wat behaal is, kan grotendeels gemeet word aan die uitslae van die leerlinge in die toetse.

2.3 ONDERRIG AAN ST. 2- EN 3-LEERLINGE

Gedurende die daaropvolgende week is die st. 2- en 3-klasse onderrig. Dieselfde metode van aanbieding is gevolg. Die oefeninge wat gegee is, was basies dieselfde as wat st. 4 en 5 voltooi het. Daar was egter twee uitsonderings:

* Aangesien die st.4- en 5-leerlinge probleme ondervind het om die oefening van die vierde dag te voltooi, is hierdie oefening nie herhaal nie. (Sien Bylae B, Oefening 5). Die eerste dag se skriftelike oefeninge vir st. 2- en 3-leerlinge was net om die grootste of kleinste van twee getalle uit te soek. Die tweede dag se

oefeninge het weer oor die grootte-orde van getalle gegaan en vereis dat vrae soos

.... is 5 kleiner as 3

.... is 7 groter as -4

beantwoord word.

Op die derde dag is tabelle voltooi, soortgelyk aan die van die st. 4- en 5-klasse, terwyl die vierde dag se oefening dieselfde as die st. 4- en 5-klasse se oefening van die derde dag was. Hierdie week is ook met 'n toets afgesluit, dieselfde toets as die een wat die st. 4- en5-klasse afgelê het. (Verwys na Bylae C, Oefeninge 1 tot 5).

* Die inleiding tot negatiewe getalle op die eerste dag is effens gewysig. 'n Termometer is aan die klas getoon en die vraag gestel, "Wat is dit en waarvoor word dit gebruik?" Die st. 3-leerlinge het die termometer herken, die een st. 2-klas het dit as 'n "temperatuurmeter" geïdentifiseer en die tweede st. 2-klas as "'n soort van 'n koorspen."

Die leerlinge het hierna die skaal op die termometer afgelees, 0 grade identifiseer en daarna aangedui dat die temperature laer as 0 geskryf word as -1, -2, ens. Tydens die inleiding moes meer aandag aan die negatiewe getalle (temperature laer as 0) bestee word as wat met st. 4 en 5 die geval was.

* Die metode van onderrig het ook dieselfde patroon as die vir st. 4 en 5 gevolg, met eers 'n klasbespreking op die eerste dag, gevolg deur die eerste oefening. Aanvanklik is elke dag ook met groepbesprekings

begin, gevolg deur die volgende skriftelike oefening. Dit het egter spoedig duidelik geword dat hierdie jonger leerlinge nie die werkwyse van die groepbesprekings kon verstaan nie. In plaas daarvan dat hulle aan mekaar verduidelik het hoe berekeninge gedoen moet word, veral waar foute voorgekom het, het die leerlinge eerder net op mekaar se foute gewys.

Hierdie probleem het daartoe aanleiding gegee dat daar vanaf die derde dag nie klein groepbesprekings gehou is nie, maar eerder klasbesprekings. Van elke berekeningstipe is een of twee voorbeelde geneem, 'n leerling het verduidelik hoe die berekening gedoen is, waarna dit vir die klas op die skryfbord herhaal is.

2.4 ONDERHOUDE

Na afloop van die twee weke van onderrig is onderhoude met sommige van die leerlinge gevoer om die rekenstrategieë wat hulle gebruik het, te bepaal. Tydens die onderhoude het elke leerling 'n aantal bewerkings gedoen en dan mondeling verduidelik hoe elke antwoord bepaal is. Elke onderhoud is op kasetband opgeneem. Die verspreiding van leerlinge was soos volg:

St. 5 : 4

St. 4 : 5

St. 3 : 4

St. 2 : 9

Vir die onderhoude is 'n aantal bo-gemiddelde, gemiddelde en onder-gemiddelde presteerders geselekteer. Die oefening vir die onderhoude is vervat in Bylae D.

Voorbeelde van tipiese verduidelikings wat die leerlinge vir die verskillende berekeningsgevalle gegee het, is die volgende. (Hier word slegs tipiese voorbeelde gegee. In hoofstuk 4 word 'n kwantitatiewe ontleding van verduidelikings en 'n vertolking in terme van die onderliggende denkstrategieë gegee. Skuilname word deurgaans vir die leerlinge verstrek.

-5 + 5

St. 5

Ansa : "-5 + 5 = 0, want jy trek net 5 af." (b)

Hennie : "-5 + 5 = 0, want 5 minder as niks plus nog 5 heles, kom jy weer by 0."

Marius : "5 minder as 0, dan 5 daarby plus kom by 0 uit."

Letta : "Gelyk aan 0, want as vanaf -5 vyf optel kom jy by 0 uit."

St. 4

Jane : "Is -10, want 5 + 5 = 10." (b)

Dina : "Is 0, want as daar een minus is, trek ek 5 van 5 af."

St. 3

Piet : "Gelyk aan 0, want as ek 5 by -5 tel, gaan ek 5 op vanaf -5." (a)

St. 2

Sarie : "Is 10-minus, want ek het 5-minus en dan gaan ek 5 af en kom by 10-minus uit." (a)

8 + -2

St. 5

Ansa : "Dis 6, jy trek net 2 van 8 af." (b)

Marius : "Jy moet 2 bytel om 0 te kry, daar bly 6 oor, die antwoord is dus 6." (c)

St.4

Jane : "Is -10, want 8 + 2 = 10." (b)

Marie : "Gelyk aan 6, want ek moet van 8 twee af tel." (a)

St. 3

Koos : "6, want ek tel 8 boontoe."

Petro : "6, want 8 groter as -2 is 6."

St. 2

Marina : "6, want ek vat 8 en minus 2."

Lourens : "As ek by 8 begin, moet ek twee afgaan en kry 6."

-3 + -5

St. 5

Hennie : "Is -8, want twee minusgetalle plus mekaar gee vir jou -8."

Letta : "Gelyk aan -8, want dit is net so goed jy tel 3 by 5."

St. 4

Dina : "-8, want as dit twee minusse is, tel ek dit op." (b)

St. 3

Piet : "Is -8, want as ek -5 by -3 tel, gaan ek 5 af." (a)

St. 2

Jannie : "-8, want as ek -3 het en -5 bytel, moet ek 5 af gaan." (a)

Rieta : "8, want 3 plus 5 is ook gelyk aan 8."

-6 + 4

St. 5

Ansa : "-2, want hier trek jy net 4 af." (a)

Hennie : "-2, omdat 6 minder as niks, plus nog 4 heles, dan bly daar 2 minder as niks oor."

Letta : "Is -2, ek kyk waar is -6 en tel 4 op." (a)

St. 4

Jane : "-10, want 6 plus 4 is 10."

Dina : "-2, as een minus is, minus ek vier van die ses, en kry dan -2." (b)

St. 3

Piet : "-2, as ek 4 bytel, gaan ek 4 op."

St. 2

Frans : "-2, omdat jy -6 het en jy tel gewoonweg 4 by en dan gaan jy opper."

Rieta : "Dis -2, omdat 6 - 4 = 2."

Die bostaande voorbeelde uit die onderhoude het gehandel oor berekeninge wat gedurende die eerste week in die klas behandel is. Daar moet op die volgende gelet word:

(i) Drie rekenstrategieë is gebruik, nl.

(a) vertikale getallelyn

(b) analogie (ooreenkomste en verskille met natuurlike getalle), bv.

"-5 + -3 = -8, want 5 + 3 = 8" (ooreenkomste), en

"5 + -3 = 2, ek trek af want dis -3" (verskille).

(c) uitwissing (benutting van a + -a = 0)

(Die voorafgaande is met a, b of c gemerk om aan te dui watter van bostaande strategieë daardeur verteenwoordig word.

(ii) Elke leerling het by minstens een geleentheid (bewerking) die vertikale getallelyn gebruik.

(iii) Die st. 5-leerlinge het tot 'n groter mate analogies bereken, terwyl st. 2-leerlinge feitlik uitsluitlik die getallelyn gebruik het.

Die onderhoude het ook voorbeelde van aftrekking ingesluit, alhoewel aftrekking nie behandel is nie.

-9 - -4

St. 5

Ansa :"-5, want van -9 tel jy net 4 terug en dis - 5."

Daan :"-5, want 'n minusgetal trek af 'n minusgetal gee 'n kleiner minusgetal."

Marius :"-13, omdat dit minus is en dis twee minusgetalle."

Griet : "-5, want dis net so goed jy sê 9 - 4."

St. 4

Jane : "-5, want 4 + 5 = 9"

Marie : "-5, want ek trek 4 van 9 af.

Petrus : "-13, want ek tel -4 by -9."

St. 3

Piet : "-5, want ek trek -4 af van -9, maar dan gaan ek in werklikheid op."

Kate : "-13, van -9 gaan ek 4 af."

St. 2

Jan : "As ek -9 het, moet 5 opgaan na -4."

Abram : "-13, want -9 + -4 = -13."

Rita : "-5, omdat 9 - 4 = 5."

3 - 8

St. 5

Letta : "-5, omdat 8 groter is as 3 gaan jy tot by 0 en dan gaan jy weer af tot by -5."

Marius : "-5, want 8 is 5 meer as 3, dan is dit 5 minder as niks."

St. 4

Jane : "5, want 3 + 5 = 8"

Marie : "5, want ek gaan 3 van 8 af."

Carel : "-5, want jy kan nie 8 van 3 aftrek nie."

St. 3

Piet : "-5. As jy 8 van 3 aftrek, dan word dit minder."

Kate : "Jy kan dit nie aftrek nie."

St. 2

Jan : "-5. As jy 3 het, moet jy 8 afgaan."

Abram : "5, want 8 - 3 = 5"

Marina : "Kan nie. Jy kan nie 8 van 3 aftrek nie. Dit kon 8 - 3 gewees het."

Hierdie twee gevalle het minder probleme gebied as wat verwag is.

By $a - b$, $a < b$ het die meeste leerling wat die korrekte antwoord gekry het, die getallelyn gebruik. Enkele leerlinge beskou aftrekking as kommutatief, terwyl ander antwoord dat die bewerking onmoontlik is. Dit kan moontlik toegeskryf word aan onderwysers/esse se metode van aanbieding van aftrekking (wegneem/verminder), wat daartoe lei dat 'n getal nie van 'n kleiner getal afgetrek mag word nie. Tog is dit insiggewend dat soveel leerlinge deur benutting van die getallelyn en ook analogiese redenasie die bewerking kon doen.

Die geval $-a - -b$, $a > b$ is deur die meeste leerlinge wat analogie gebruik het, goed beantwoord. Leerlinge wat probeer het om die getallelyn te gebruik, het gewoonlik verkeerde berekeninge gedoen. 'n Interessante en belangrike uitsondering is Piet in st. 3, alhoewel sy toepassing eintlik 'n beredeneerde een is. 'n Stuk analogiese redenasie het die toepassing van die getallelyn voorafgegaan. Sy verduideliking waarom "ek in werklikheid 4 opgaan" wanneer -4 afgetrek word, was dat " as ek die -4 moet optel, moet ek afgaan. As ek dit aftrek, kan ek nie afgaan nie, dus gaan ek in werklikheid op." 'n Mooi stukkie insig vir 'n st. 3 leerling!

Die volgende verduidelikings is vir die gevalle van vermenigvuldiging gegee:

<u>4 x -3</u>

<u>St. 5</u>

Daan : "Dit sal vir jou 'n groter getal gee, want 'n heelgetal plus 'n minusgetal gee 'n groter getal, dus 'n heelgetal maal 'n minusgetal moet ook 'n groter getal gee. 4 x 3 = 12, dan moet jy dit eers volmaak, die antwoord is dan 9."

<u>St. 4</u>

Carel : "-12, want ek maal 3 met 4 en sit 'n minus by."

<u>St. 3</u>

Piet : "-12, want dit kan nie groter as 0 wees nie, want dis -3."

St. 2

Frans : "-12, want as jy 4 maal met -3 moet jy 4 keer -3 af tel."

Rita : "12, omdat 4 x 3 = 12"

Hierdie antwoorde dui daarop dat daar min leerlinge is wat werklike begrip toon.

2.5 RESULTATE VAN DIE EERSTE ONDERRIGSESSIE

Die resultate van die toets in die eerste week word in Tabel 1 gegee. Die toets het drie toetsitems van elke bewerkingsgeval bevat. Indien 'n leerling minstens 2 van die 3 voorbeelde reg gehad het, is aanvaar dat hy die bewerking kon doen, terwyl met 0 of 1 uit 3 korrek, is aanvaar dat hy nog nie die bewerking kon doen nie. Die tabel dui die persentasie leerlinge in elke standerd aan wat daarvolgens die verskillende bewerkingsgevalle bemeester het.

In hierdie tabel, en tabelle wat hierna volg, dui a en b natuurlike getalle aan.

TABEL 1

PERSENTASIE LEELINGE WAT ELKE BEWERKING KORREK UITVOER : APRIL 1985

BEWERKINGSGEVAL	% LEERLINGE WAT BEWERKING KORREK UITVOER			
	ST. 5	ST. 4	ST. 3	ST. 2
1. ${}^{-}a + {}^{-}b,\ a > b$	91,0	83,3	100	73,0
2. ${}^{-}a + {}^{-}b,\ a < b$	92,7	88,9	100	62,2
3. $a + {}^{-}b,\ a > b$	87,8	61,1	82,1	81,1
4. $a + {}^{-}b,\ a < b$	85,4	80,6	79,5	78,4
5. ${}^{-}a - {}^{-}b,\ a > b$	65,8	55,5	48,7	37,8
6. ${}^{-}a - b$	41,5	8,3	23,1	24,3
7. ${}^{-}a - {}^{-}b,\ a < b$	17,1	8,3	20,5	13,5
8. $a - {}^{-}b$	0	0	5,1	8,1
9. $a - b,\ a < b$	80,5	44,4	58,9	37,8
10. $a \times {}^{-}b$	56,8	63,9	64,1	29,7
11. ${}^{-}a \times b$	47,1	58,3	51,3	27,0
12. ${}^{-}a \times {}^{-}b$	0	0	10,3	2,7

Die bewerkings bokant die dik lyn in hierdie en hieropvolgende tabelle is die gevalle ten opsigte waarvan die leerlinge reeds onderrig ontvang het.

(i) Die persentasie leerlinge wat die vier gevalle van optelling (behandelde bewerkings) bemeester het, is opmerklik hoog.

(ii) Die prestasie in -a + -b is gewoonlik hoër as vir a + -b, met st. 2 die uitsondering. 'n Algemene fout is dat leerlinge met die absolute waardes van getalle werk en die antwoord van -a + b as -(a + b) skryf, bv.

-5 + 3 = -(5 + 3) = -8.

(iii) Slegs 1 leerling in st. 5 en 2 in st. 2 het al vier gevalle van optelling verkeerd gehad. Alle leerlinge het minstens een bewerking reg gehad.

(iv) By die gevalle van aftrekking is die resultate van -a - -b, a > b en a - b, a < b (nommers 5 en 9) van belang. Die prestasie in hierdie twee gevalle strook met Murray (1984 : 3) se bevinding dat die leerlinge nie alle gevalle van aftrekking moeilik vind nie, maar dat hulle daartoe in staat is om sekere gevalle van aftrekking op grond van analogiese redenasie te beantwoord.

(v) Die ander gevalle van aftrekking waar -b afgetrek word, is moeilik. Laerskoolleerlinge is nog nie daartoe in staat om enige betekenis hieraan te heg of begrip daarvan te vorm nie. Tog was daar enkele uitsonderings soos bewys deur die antwoord van Piet (st. 3) in die onderhoude.

(vi) Vermenigvuldiging is op grond van spontane intuïsies beantwoord (nommers 10 en 11), alhoewel dit te betwyfel is of die leerlinge met sekerheid antwoorde bepaal en of hulle 'n begrip van die betekenis van bv. -a X b het.

(vii) Die moeilike geval -a X -b is deur alle leerlinge swak beantwoord en hierdie antwoorde het gewoonlik van 'n "manipulasie met die teken" getuig.

(viii) Daar is 'n konsekwente toename in prestasie van st. 2 tot st. 5, behalwe dat st. 4 se prestasie in verskeie bewerkings opmerklik laer as die van st. 3 is. Hierdie afwyking kan moontlik toegeskryf word aan die verskil in aanbiedingswyse (slegs groepbesprekings in st. 4 en klasbesprekings in st. 3).

(ix) Die gebruik van die getallelyn het geen probleme verskaf nie. Trouens, temperatuur en die vertikale getallelyn het 'n goeie toegangsweg tot die aanbieding van negatiewe getalle verleen, daarby was dit ook 'n konsepsuele hulpmiddel wat leerlinge kon gebruik, wat ook daarmee saam praktiese toepassings illustreer het. Een probleem wat aanvanklik by enkele leerlinge met die gebruik van die getallelyn voorgekom het, was dat as bv. 2 + 5 bereken moes word, die leerlinge by 2 begin tel het en tot by 6 gevorder het, i.p.v. die bewegings te tel, m.a.w. vanaf 3.

(x) Die verloop van die groepbesprekings was bo verwagting goed. Dit het die leerlinge meer geleenthede gebied om van 'n verskeidenheid rekenstrategieë te verneem, in plaas daarvan dat 'n onderwyser een bepaalde strategie beklemtoon. Die leerlinge het ook goed daarin geslaag om probleme uit te stryk. So is 'n paar leerlinge tydens die mondelinge onderhoude gevra na foute wat aanvanklik gemaak is, maar later reggestel is. Marius (st. 5) het bv. in sy oefening geskryf dat

$$5 + -1 = 5$$
$$5 + -2 = 5 \text{ ens.}$$

Hy het verduidelik, "Ek het gedink -1; -2; ens. is minder as niks, dus hoef jy niks by te tel nie. Ek het my maat gevra en hy het aan my verduidelik hoe om dit te doen."

****

HOOFSTUK 3

DIE TWEEDE EN DERDE ONDERRIGSESSIES

3.1 VERLOOP VAN DIE TWEEDE ONDERRIGSESSIE

Die tweede besoek ongeveer ses maande later in Oktober het dieselfde patroon gevolg as met die eerste besoek. Die leerlinge het weer daagliks oefeninge voltooi en is die vorige dag se oefeninge aan die begin van elke dag bespreek. Die besprekings vir alle klasse was egter algemene klasbesprekings en nie klein groepbesprekings nie. Die leerlinge se terugvoering en rekenstrategieë is beklemtoon. Verskillende rekenmetodes het aandag geniet, die leerlinge is aangemoedig om aan te dui wanneer "ander" metodes toegepas is . Die deelname van die leerlinge aan die besprekings was oor die algemeen goed en spontaan.

Op die eerste dag het leerlinge weer 'n toets afgelê, soortgelyk aan die een waarmee die eerste week afgesluit is. Die bewerking -a X -b is egter uitgelaat aangesien dit op hierdie stadium voorgekom het dat dit bo die begripsvermoë van laerskoolleerlinge is. Daarby is van leerlinge in st. 3 tot 5 verwag om by die eerste elf items (een voorbeeld van elke bewerkingstipe) 'n kort beskrywing/verduideliking van hul rekenstrategie te gee. Die st. 2-leerlinge was nie daartoe instaat om sinvolle skriftelike redes vir berekeninge te verstrek nie. Gevolglik is onderhoude weer met 'n aantal st. 2-leerlinge gevoer.

Die tweede dag se oefening was slegs 'n kort hersiening van die bewerkings van die eerste week (optelling). Hierna is op die daaropvolgende twee dae oefeninge oor aftrekking gedoen.
Hierdie voorbeelde het die voltooi van getalsinne behels, soos bv.

3 - ...... = 7

...... - -4 = 7

9 + ... = 4 ens.

Die gedagte was om langs hierdie weg nie slegs 'n toegangsweg tot aftrekking van negatiewe getalle te verskaf nie, maar dat daarmee saam 'n toepassing van negatiewe getalle geïllustreer word - 'n voorbeeld vir die wiskundige noodsaaklikheid om negatiewe getalle in te voer. Die leerlinge het aanvanklik hierdie oefening moeilik gevind. Die prestasie het egter vinnig verbeter en het tot 'n bevredigende beheersing van aftrekking gelei, veral t.o.v. die makliker gevalle.

Op die laaste dag is 'n toets, soortgelyk aan die voortoets, afgelê. Voorbeelde van die oefeninge word gegee in Bylae E.

3.2 RESULTATE VAN DIE TWEEDE ONDERRIGSESSIE

Die resultate van hierdie week se twee toetse, tesame met die van April, word in Tabel 2 gegee.

TABEL 2

PERSENTASIE LEERLINGE WAT ELKE BEWERKING KORREK UITVOER IN ELKE TOETS.

BEWERKING	ST. 5			ST. 4			ST. 3			ST. 2		
	% IN APRIL	% IN VOORTOETS OKTOBER	% IN NATOETS OKTOBER	% IN APRIL	% IN VOORTOETS OKTOBER	% NATOETS OKTOBER	% IN APRIL	% IN VOORTOETS OKTOBER	% NATOETS OKTOBER	% IN APRIL	% IN VOORTOETS OKTOBER	% IN NATOETS OKTOBER
${}^{-}a + {}^{-}b$; $a > b$	91,0	58,5	75,6	83,3	62,9	67,6	100,0	62,2	83,8	73,0	41,7	86,8
${}^{-}a + {}^{-}b$; $a < b$	92,7	65,9	80,5	88,9	54,3	70,3	100,0	67,6	86,5	62,2	44,4	84,2
$a + {}^{-}b$; $a > b$	87,8	73,2	82,9	61,1	54,3	86,5	82,1	37,9	75,7	81,1	33,3	73,7
$a + {}^{-}b$; $a < b$	85,4	82,9	85,4	80,6	60	81,1	79,5	45,9	83,8	78,4	41,7	81,6
${}^{-}a - {}^{-}b$; $a > b$	65,8	61,0	85,4	55,5	65,7	83,8	48,7	73,0	97,3	37,8	69,4	86,8
${}^{-}a - b$	41,5	39,0	36,6	8,3	22,9	0	23,1	21,6	24,3	24,3	25,0	15,8
${}^{-}a - {}^{-}b$; $a < b$	17,1	26,8	51,2	8,3	17,1	43,2	20,5	35,1	56,8	13,5	19,4	57,9
$a - {}^{-}b$	0	2,4	48,8	0	0	29,7	5,1	2,7	51,4	8,1	2,8	57,9
$a - b$; $a < b$	80,5	90,2	90,2	44,4	60,0	81,1	58,9	59,5	89,2	37,8	50,0	52,6
$a \times {}^{-}b$	56,8	56,1	75,6	63,9	74,3	75,7	64,1	56,8	59,5	29,7	44,4	47,4
${}^{-}a \times b$	47,1	51,2	63,4	58,3	65,7	81,1	51,3	48,6	70,3	27,0	38,9	44,7

Soos met die eerste week se toets die geval was, gee die tabel die persentasie leerlinge in elke standerd wat 'n betrokke bewerking kon doen.

(i) Die prestasies vir die vier bewerkings wat in April behandel is (optelling), toon 'n konsekwente en merkbare afname in prestasie vir alle standerds vanaf April tot Oktober. Hierdie afname is normaal en volgens verwagting, omdat die verskillende bewerkings nooit intensief ingeoefen is nie, maar die leerling het slegs kennis daarmee gemaak. Die vergeetfaktor het klaarblyklik sy tol geëis.

(ii) Die prestasies in die natoetse in Oktober toon weer 'n mooi verbetering op die van die voortoets, alhoewel die prestasiepeil in st.3 tot 5 vir -a + -b steeds laer is as na die eerste week. In st. 2 is die prestasie in hierdie voorbeelde aansienlik hoër as selfs die van die eerste week. Vir die bewerking a + -b vergelyk die prestasiepeil na afloop van die natoets baie goed met die van April. Die negatiewe veranderinge vir st. 2, 3 en 5 vir a + -b, a > b kan moontlik aan begriplose manupilasie met die -teken as bewerkingsteken toegeskryf word. Dit wil voorkom asof sommige leerlinge 'n minusteken by een of albei getalle waarop aftrekking uitgevoer moet word, hanteer deur eenvoudig die minusteken aan die antwoord toe te voeg.

(iii) Die bewerking a - b, a > b toon 'n konsekwente toename vir alle standerds vanaf April tot die natoetse in Oktober. Slegs drie leerlinge het nou aangedui dat die bewerking onmoontlik is. Hierdie positiewe en spontane verbetering het plaasgevind sonder onderrig in die bewerking. Dit dui daarop dat die leerlinge se getalbegrip verbeter het en dat die betekenis van die aftrekkings bewerking nie meer so beperk en eng is nie.

(iv) Vir die bewerking $-a - -b$, $a > b$ was daar by st. 5 'n geringe afname in prestasie vanaf April tot die voortoets van Oktober. Daarna het die prestasie in die natoets egter weer verbeter. In die ander drie standerds was daar 'n toename van April tot die voortoets, gevolg deur 'n verdere verbetering in die natoets. Hierdie verbetering asook die resultate vir die bewerking $a - b$, $a < b$, versterk en bevestig Murray (1984) se bevinding dat leerlinge sommige gevalle van aftrekking nie moeilik vind nie, maar op grond van spontane intuïsies kan beantwoord.

(v) Die resultate in die ander gevalle van aftrekking is wisselend van aard. Die geval $-a - -b$, $a < b$ toon 'n konsekwente toename vanaf April tot die natoets van Oktober. Dit is egter duidelik dat die leerlinge hierdie bewerking steeds moeilik vind. Die groot toenames vir $a - -b$ is misleidend, omdat slegs 5 leerlinge uit alle standerds hierdie bewerking in April kon doen. Dit is tog insiggewend dat naastenby 50% van die leerlinge nou hierdie bewerking kon doen.

Die bewerking waar 'n negatiewe getal afgetrek word, bly egter klaarblyklik vir die meerderheid leerlinge moeilik. Die twee hoofstrategieë wat hier benut is, is

* 'n nie-suiwer toepassing van die getallelyn, bv. die redenasie dat bv. -5 - -7, "tel 7 eenhede op vanaf -5."

* 'n redenering om die antwoord te bepaal, bv. "as 5 - 7 = -2, dan moet -5 - -7 = 2."

Slegs enkele leerlinge kon egter hierdie voorbeelde korrek voltooi en hul metode verduidelik. Dit het dan ook gebeur dat die meeste leerlinge hierdie twee redenerings as reëls geformuleer het na afloop van die klasbesprekings en dat die toepassing hiervan by ander bewerkings tot verwarring gelei het. (Sien punt (vi)).

Een leerling (st. 5) het vir haar die reël "'n min en 'n min maak 'n plus" hier ontwikkel.

(vi) Die geval -a - b, waarvoor die getallelyn se toepassing maklik en direk is, het 'n groot afname in prestasie getoon. In st. 4 het geen leerlinge hierdie bewerking reg gehad in die natoets nie, nadat 22,9% dit in die voortoets kon doen.

Die swak prestasie in hierdie geval is moontlik as gevolg van verwarring wat voorgekom het t.o.v. die reëls wat leerlinge begin formuleer het. Vir die geval -5 - 3 as voorbeeld, het leerlinge as volg redeneer:

* tel 3 op vanaf -5, of

* dieselfde as -5 + 3.

(vii) Die prestasies in die gevalle van aftrekking dui op die gevaar wanneer leerlinge te gou reëls vir bewerkingsgevalle formuleer en hierdie reëls nie ten volle verstaan word nie, met gevolglike verkeerde toepassings. Dit is ook duidelik dat sommige gevalle van aftrekking ($-a - -b$, $a < b$ en $a - -b$) vir die meeste laerskoolleerlinge moeilik is.

(viii) Die twee gevalle van vermenigvuldiging toon 'n konstante prestasietoename vanaf April tot die Oktober natoets, behalwe by st. 3 vir $a \times -b$.

Die redes vir antwoorde is bykans deurgaans as "vermenigvuldig en sit 'n minus-teken by" gegee. Slegs enkele leerlinge het werklike begrip getoon deur antwoorde met herhaalde optelling te bepaal.

(ix) Indien die prestasies van die laerskoolleerlinge vergelyk word met die van leerlinge in st. 7 en 8, soos bevind word deur Murray

(1984), word gevind dat die laerskoolleerlinge merkwaardig goed presteer het.

TABEL 3

VERGELYKENDE PRESTASIE VAN ST. 2 MET ST. 7 EN 8

DIE PERSENTASIE LEERLINGE WAT ELKE BEWERKING KORREK UITVOER

BEWERKING	STANDERD 2		%Toets 2 Okt.	St. 7	St. 8
	% in April	% Toets 1 Okt.			
1. ${}^-a + {}^-b$ $a > b$	73,0	41,7	86,8	74	94
2. ${}^-a + {}^-b$ $a < b$	62,2	44,4	84,2	-	-
3. $a + {}^-b$ $a > b$	81,1	33,3	73,7	75	94
4. $a + {}^-b$ $a < b$	78,4	41,7	81,6	78	93
5. ${}^-a - {}^-b$ $a > b$	37,8	69,4	86,8	63	76
6. ${}^-a - b$	24,3	25,0	15,8	50	55
7. ${}^-a - {}^-b$ $a < b$	13,5	19,4	57,9	55	58
8. $a - {}^-b$	8,1	2,8	57,9	46	48
9. $a - b$ $a < b$	37,8	50	52,6	69	86
10. $a \times {}^-b$	29,7	44,4	47,4	84	97
11. ${}^-a \times b$	27,0	38,9	44,7	84	98

TABEL 4

VERGELYKENDE PRESTASIE VAN ST. 3 MET ST. 7 EN 8

DIE PERSENTASIE LEERLINGE WAT ELKE BEWERKING KORREK UITVOER

BEWERKING	STANDERD 3			ST.7	ST. 8
	% IN APRIL	% TOETS 1 OKT.	% TOETS 2 OKT.		
1. $^-a + {}^-b$, $a > b$	100	62,2	83,8	74	94
2. $^-a + {}^-b$, $a < b$	100	67,6	86,5	-	-
3. $a + {}^-b$, $a > b$	82,1	37,9	75,7	75	94
4. $a + {}^-b$, $a < b$	79,5	45,9	83,8	78	93
5. $^-a - {}^-b$, $a > b$	48,7	73,0	97,3	63	76
6. $^-a - b$	23,1	21,6	24,3	50	55
7. $^-a - {}^-b$, $-a < b$	20,5	35,1	56,8	55	58
8. $a - {}^-b$	5,1	2,7	51,4	46	48
9. $a - b$, $a < b$	58,9	59,5	89,2	69	86
10. $a \times {}^-b$	64,1	56,8	59,5	84	97
11. $^-a \times b$	51,3	48,6	70,3	84	98

TABEL 5

VERGELYKENDE PRESTASIE VAN ST. 4 MET ST. 7 EN 8

DIE PERSENTASIE LEERLINGE WAT ELKE BEWERKING KORREK UITVOER

BEWERKING	STANDERD 4			ST. 7	ST. 8
	% IN APRIL	% TOETS 1 OKT.	% TOETS 2 OKT.		
1. $^{-}a + {}^{-}b$, $a > b$	83,3	62,9	67,6	74	94
2. $^{-}a + {}^{-}b$, $a < b$	88,9	54,9	70,3	-	-
3. $a + {}^{-}b$, $a > b$	61,1	54,3	86,5	75	94
4. $a + {}^{-}b$, $a < b$	80,6	60	81,1	78	93
5. $^{-}a - {}^{-}b$, $a > b$	55,5	65,7	83,8	63	76
6. $^{-}a - b$	8,3	22,9	0	50	55
7. $^{-}a - {}^{-}b$, $a < b$	8,3	17,1	43,2	55	58
8. $a - {}^{-}b$	0	0	29,7	46	48
9. $a - b$, $a < b$	44,4	60	81,1	69	86
10. $a \times {}^{-}b$	63,9	74,3	75,7	84	97
11. $^{-}a \times b$	58,3	65,7	81,1	84	98

TABEL 6

VERGELYKENDE PRESTASIE VAN ST. 5 MET ST. 7 EN 8

DIE PERSENTASIE LEERLINGE WAT ELKE BEWERKING KORREK UITVOER

BEWERKING	STANDERD 5			ST. 7	ST. 8
	% IN APRIL	% TOETS 1 OKT.	% TOETS 2 OKT.		
1. $^{-}a + {}^{-}b$ $a > b$	91,0	58,5	75,6	74	94
2. $^{-}a + {}^{-}b$ $a < b$	92,7	65,9	80,5	-	-
3. $a + {}^{-}b$ $a > b$	87,8	73,2	82,9	75	94
4. $a + {}^{-}b$ $a < b$	85,4	82,9	85,4	78	93
5. $^{-}a - {}^{-}b$ $a > b$	65,8	61	85,4	63	76
6. $^{-}a - b$	41,5	39	39,6	50	55
7. $^{-}a - {}^{-}b$ $a < b$	17,1	26,8	51,2	55	58
8. $a - {}^{-}b$	0	2,4	48,8	46	48
9. $a - b$ $a < b$	80,5	90,2	90,2	69	86
10. $a \times {}^{-}b$	56,8	56,1	75,6	84	97
11. $^{-}a \times b$	47,1	51,2	63,4	84	98

Dit moet in gedagte gehou word dat st. 7-leerlinge reeds heelgetalrekenkunde vir een jaar toegepas het en st. 8 vir twee jaar.

Daarby moet die st. 8-prestasies in perspektief gesien word, want vanaf st. 8 is Wiskunde 'n keusevak, met die gevolg dat ongeveer 40% van die leerlinge (gewoonlik die onderste 40%) nie meer Wiskunde as vak neem nie.

(x) Die prestasie van st. 2- tot 5-leerlinge in die natoets van Oktober word in Figure 1 tot 4 grafies teenoor die van st.7 en 8 getoon. Die bewerkings op die horisontale-as is:

1 : $-a + -b$, $a > b$

2 : $a + -b$, $a > b$

3 : $a + -b$, $a < b$

4 : $-a - -b$, $a > b$

5 : $-a - b$

6 : $-a - -b$, $a < b$

7 : $a - -b$

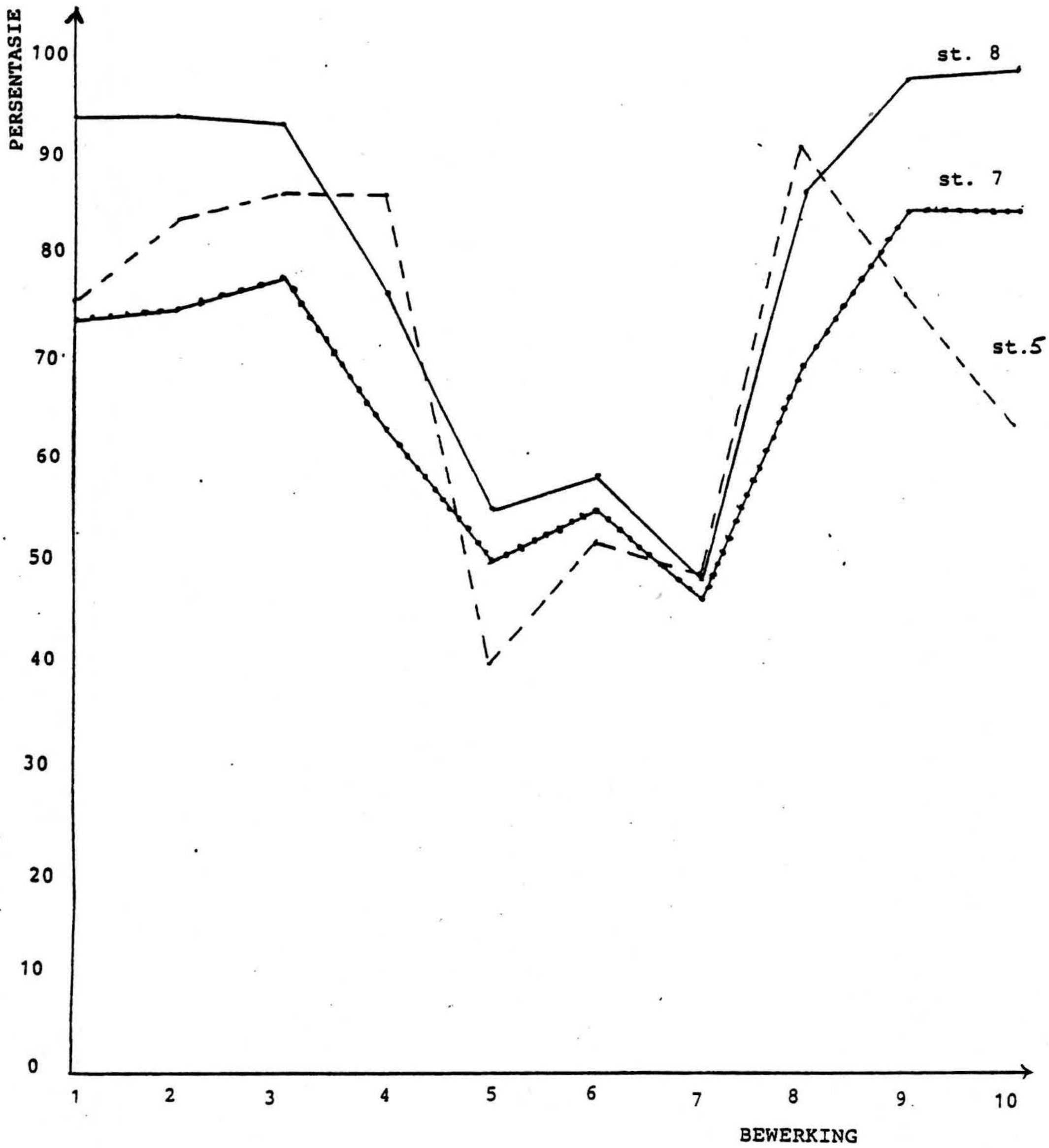
8 : $a - b$, $a < b$

9 : $a \times -b$

10 : $-a \times b$

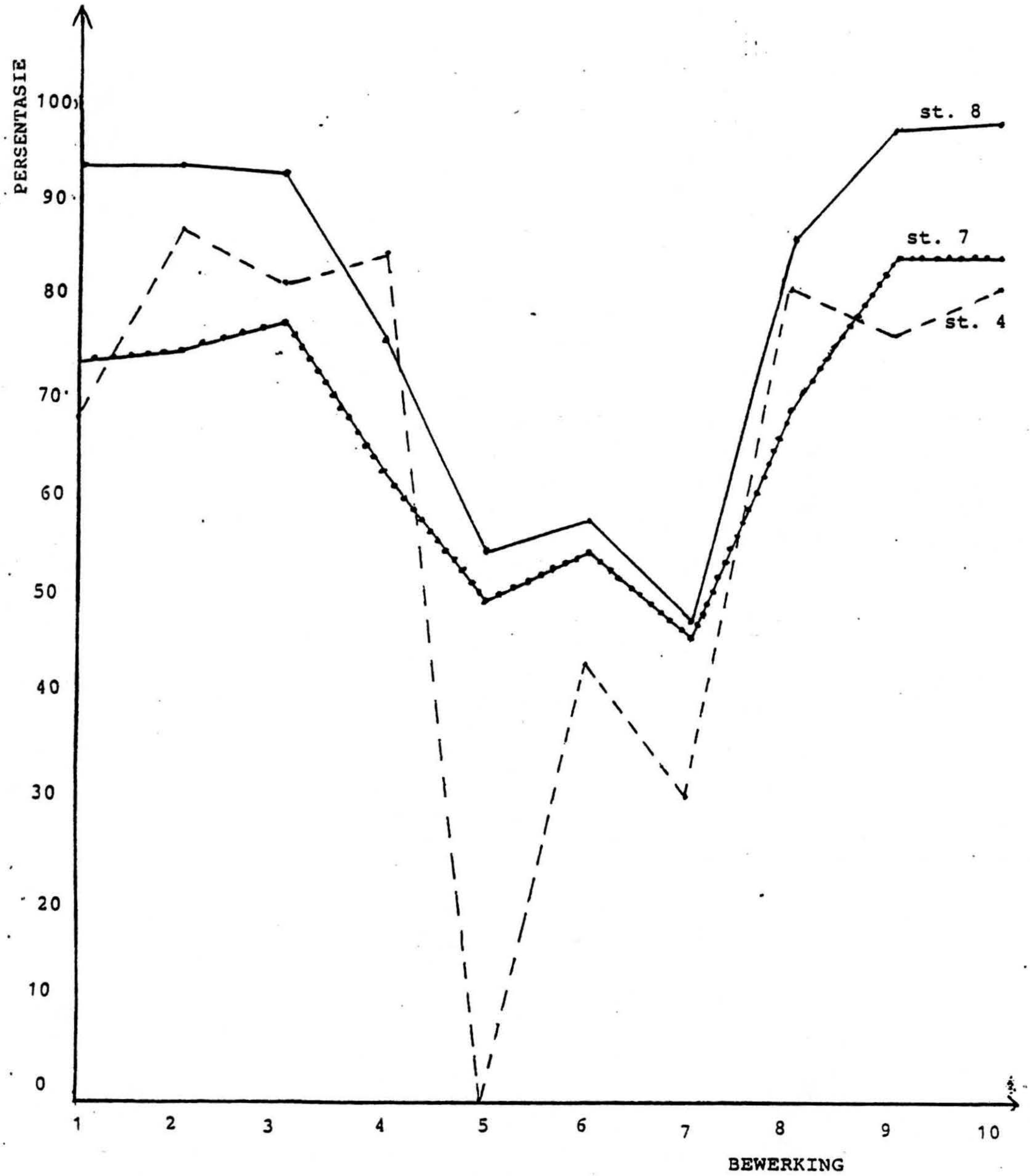
FIGUUR 1

GRAFIESE VOORSTELLINGS VAN DIE PRESTASIES IN DIE VERSKILLENDE BEWERKINGS VAN ST. 5, 7 EN 8 LEERLINGE IN DIE OKTOBER NATOETS.



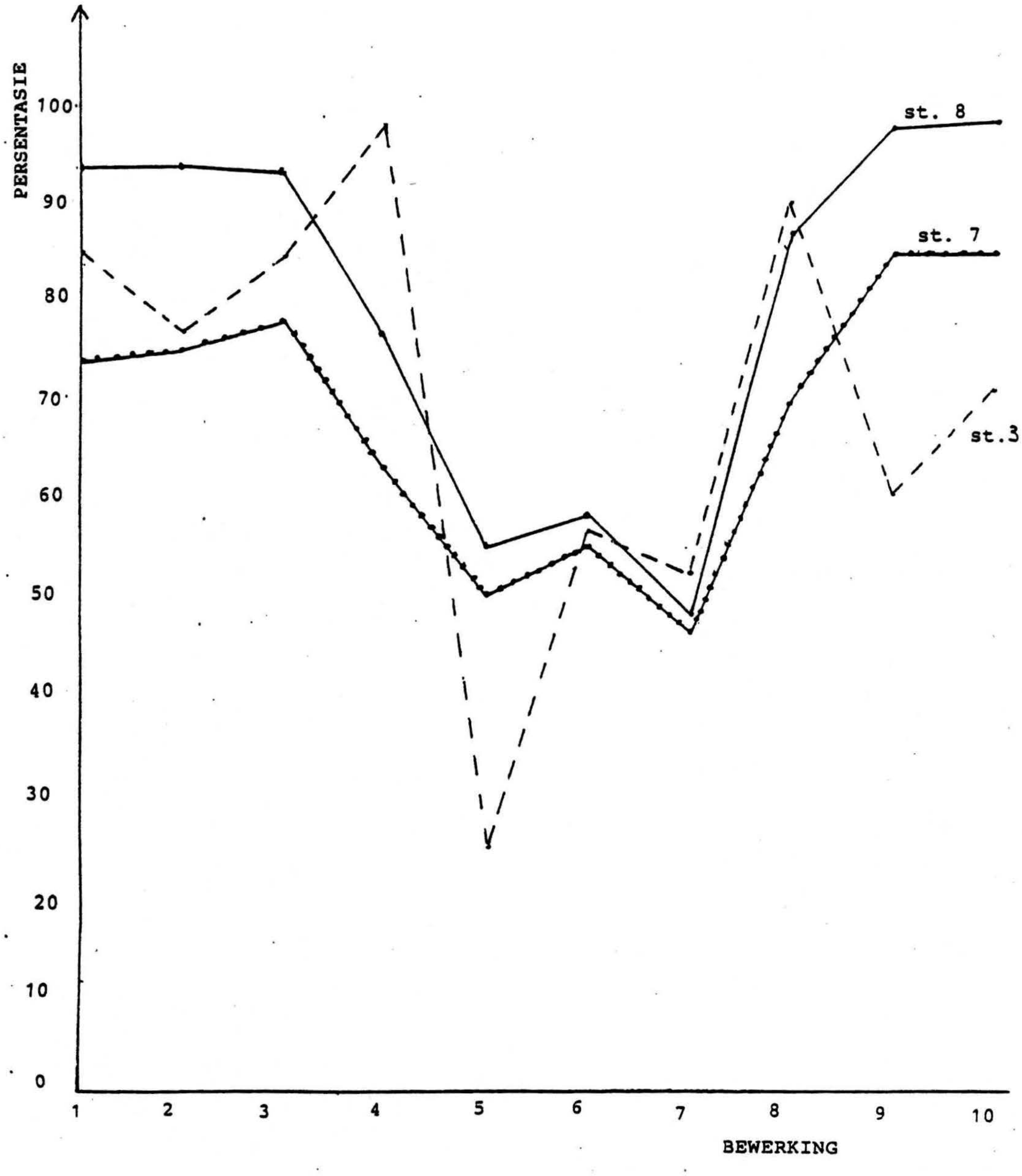
FIGUUR 2

GRAFIESE VOORSTELLINGS VAN DIE PRESTASIES IN DIE VERSKILLENDE BEWERKINGS VAN ST. 4, 7 EN 8 LEERLINGE IN DIE OKTOBER NATOETS



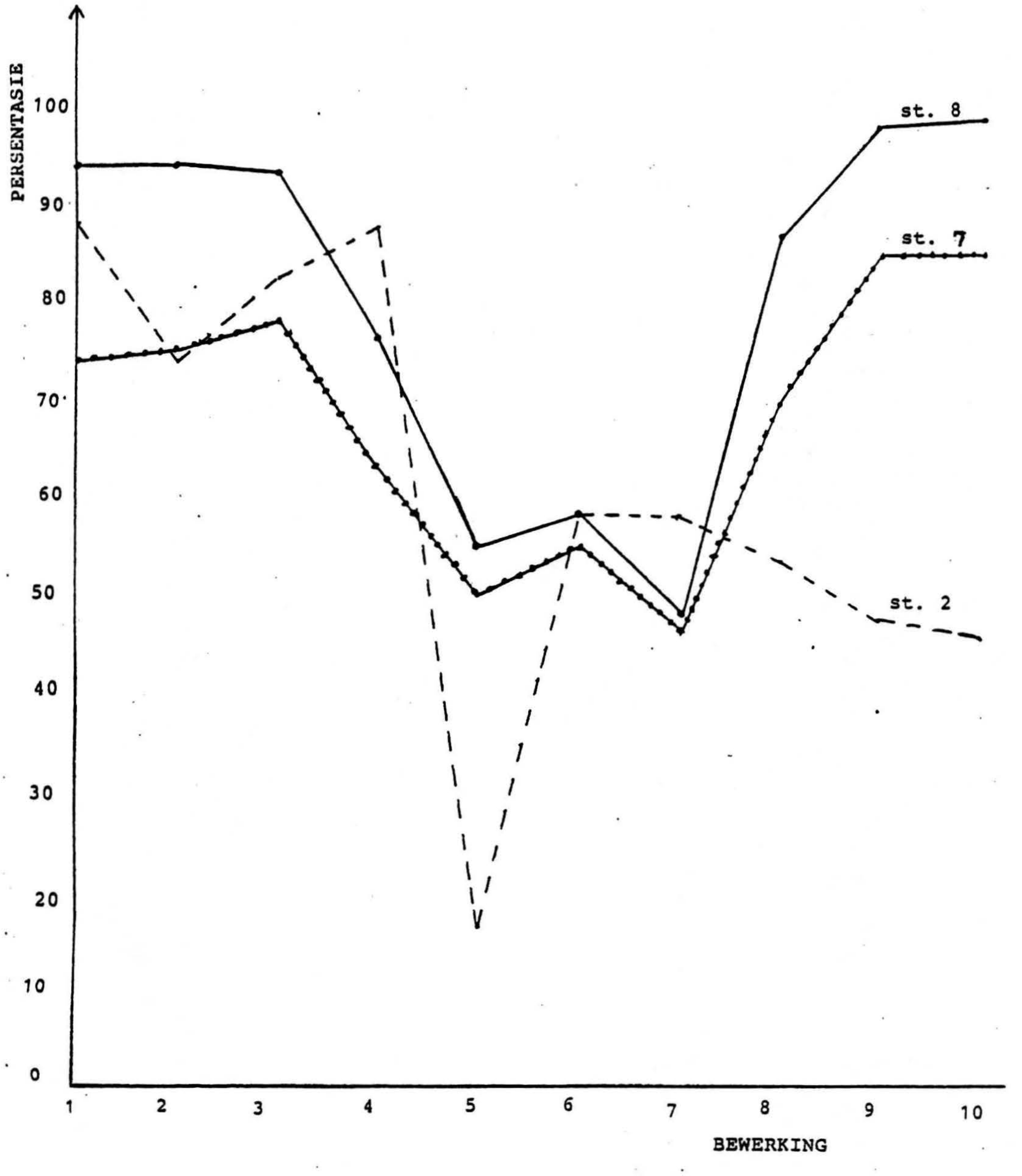
FIGUUR 3

GRAFIESE VOORSTELLINGS VAN DIE PRESTASIES IN VERSKILLENDE BEWERKINGS VAN ST. 3, 7 EN 8 LEERLINGE IN DIE OKTOBER NATOETS



FIGUUR 4

GRAFIESE VOORSTELLINGS VAN DIE PRESTASIES IN VERSKILLENDE BEWERKINGS VAN ST. 2, 7 EN 8 LEERLINGE IN DIE OKTOBER NATOETS



Dit is uit die grafieke duidelik dat die prestasie van st. 5-leerlinge redelik goed met die van st. 8-leerlinge vergelyk, terwyl hulle in ses bewerkings beter as st. 7-leerlinge presteer het. St. 4-leerlinge is, veral t.o.v. die behandelde bewerkings, redelik na aan die prestasie van st. 8, terwyl hulle in ses bewerkings beter of vergelykbaar met st. 7-leerlinge presteer het. Die st. 3-leerlinge se prestasie relatief tot die van st. 7 en 8 toon dieselfde tendens as st. 4 en 5. Selfs st. 2-leerlinge se prestasie in die behandelde bewerkings vergelyk gunstig met die van st. 7.

3.3 ONDERHOUDE MET ST. 2-LEERLINGE

Aangesien die st. 2-leerlinge nie skriftelike redes vir antwoorde kon verstrek nie, is onderhoude met 14 van hierdie leerlinge gevoer. 'n Voorbeeld van die oefening is in Bylae F. Die volgende tipiese antwoorde word weergegee, met 'n kwantitatiewe ontleding van verduidelikings in hoofstuk 4 paragraaf 4.6.

-a + -b, bv. -6 + -3

Jannie : "-9. Begin by -6 en gaan 3 af."

Morne : "Dis -9. Kan nie net 6 + 3 maak nie, daar is 'n minus by."

a + -b, a > b bv. 7 + -5

Anna : "Dis 2, begin by 7 en tel 5 af."

Frans : "Vat -5 en tel 7 op. Dis 2."

Morne : "2, want 7 - 5 = 2."

a + -b, a < b bv. 4 + -9

Jannie : "-5. Vat 4 en gaan 9 af."

a - b, a < b bv. 3 - 7

Marie : "Begin by 3 en tel 7 af, dis -4."

-a - -b, a > b bv. -5 - -3

Elize : "Dis -8, begin by -3 en tel 5 af."

Jannie : "Gelyk aan -2, het -5 en gaan 3 boontoe."

Jan : "-2, want dis net soos 5 _ 3."

-a - b bv. -3 - 5

Morne : "Dis 2, van -3 gaan ek 5 op."

Jan : "-8, want begin by -3 en gaan 5 af."

$-a - -b,\ a < b$ bv. $-3 - -7$

Jannie : "Het -3 en gaan 7 op, dis 4."

Marie : "Begin by -3 en tel 7 op."

Dit is duidelik dat die st.2-leerlinge, met slegs enkele uitsonderings, bykans uitsluitlik van die getallelyn gebruik maak. By slegs enkele gevalle, bv. Morne vir -6 + -3, is daar tekens dat leerlinge van meer abstrakte denke gebruik maak vir berekeninge. Vir hierdie leerlinge is konsepsuele hulpmiddels dus blykbaar steeds op hierdie stadium belangrik.

3.4 VERLOOP VAN DIE DERDE ONDERRIGSESSIE

Gedurende Maart 1986 is 'n derde onderrigsessie met slegs die vorige jaar se st. 2- en 3-leerlinge onderneem. Daar is met hierdie sessie ten doel gestel om die resultate van die vorige sessies te kontroleer en om aftrekking deur middel van 'n alternatiewe metode aan te bied. Hierdie metode het die voltooi van tabelle en oefeninge behels, waardeur ooreenkomste en verskille met optelling en aftrekking van natuurlike getalle beklemtoon word.

Die sessie het soos volg verloop (Verwys na Bylae G):

Op die eerste dag is 'n voortoets, soortgelyk aan die van Oktober waar redes vir bewerkings van die eerste elf voorbeelde gevra is, afgelê. Die tweede dag is vir hersiening van optelling gebruik.

Vanaf die derde dag is aftrekking behandel, met oefeninge wat ooreenkomste en verskille met die bewerkings met natuurlike getalle uitlig soos bv.

Voltooi:

7 - 4 =	4 - 7 =
8 - 3 =	3 - 8 =
ens.	ens

7 - 3 =	-7 _ -3 =
9 - 6 =	-9 _ -6 =
ens.	ens.

Op die vierde dag het die leerlinge tabelle voltooi wat hulle na die ontdekking van bepaalde patrone kon lei. Tipiese voorbeelde is:

2 - 2 =	2 + -2 =
1 - 1 =	1 + -1 =
-1 - -1 =	-1 + 1 =
-2 - -2 =	-2 + 2 =
ens.	ens.

3 - 2 =	2 - 3 =
3 - 1 =	2 - 2 =
3 - 0 =	2 - 1 =
3 - -1 =	2 - 0 =
3 - -2 =	2 - -1 =
3 - -3 =	2 - -2 =
ens.	ens.

Verdere oefeninge om die verskille en ooreenkomste met natuurlike getalle uit te lig, is op die vyfde dag afgelê, soos bv.

1.	6 - 8 =	-6 - -8 =	-6 + 8 =
	3 - 7 =	-3 - -7 =	-3 + 7 =
	ens.	ens.	ens.
2.	-5 - -3 =	-3 - -5 =	-3 + 5 =
	-7 - -4 =	-4 - -7 =	-4 + 7 =
	ens.	ens.	ens.

3. 7 + 3 = 7 - -3 =

6 + 2 = 6 - -2 =

ens. ens.

4. -3 + -4 = -3 - -4 =

-5 + -3 = -5 - -3 =

ens. ens.

Hierdie onderrigsessie is op die sesde dag weer met 'n toets afgesluit.

Dieselfde onderrigmetode is gevolg as in April 1985. Leerlinge het hul nagesiene antwoorde van die vorige dag in klein groepies bespreek om op hierdie wyse weer die ontwikkeling van eie strategieë te beklemtoon.

Die resultate van die derde onderrigsessie se twee toetse word in Tabel 8 (st. 3) en Tabel 9 (st.2) gegee. Die persentasies dui weer die aantal leerlinge per standerd aan wat 'n bepaalde bewerking kon doen.

TABEL 7

PERSENTASIE ST. 3-LEERLINGE VAN 1985 WAT ELKE BEWERKING KORREK UITGEVOER HET IN DIE VYF TOETSE

BEWERKING	% IN APRIL	% TOETS 1 OKT.	% TOETS 2 OKT.	% TOETS 1 MAART	% TOETS 2 MAART
$^{-}a - b$ $a > b$	100	62,2	83,8	75,8	84,8
$^{-}a + {}^{-}b$ $a < b$	100	67,6	86,5	78,8	84,8
$a + {}^{-}b$ $a > b$	82,1	37,9	75,7	54,5	72,7
$a + {}^{-}b$ $a < b$	79,5	45,9	83,8	45,5	75,8
$^{-}a - {}^{-}b$ $a > b$	48,7	73,0	97,3	78,8	84,8
$^{-}a - b$	23,1	21,6	24,3	24,2	21,2
$^{-}a - {}^{-}b$ $a < b$	20,5	35,1	56,8	48,5	48,5
$a - {}^{-}b$	5,1	2,7	51,4	9,1	24,2
$a - b$ $a < b$	58,9	59,5	89,2	78,8	90,1
$a \times {}^{-}b$	64,1	56,8	59,5	57,6	51,5
$^{-}a \times b$	51,3	48,6	70,3	66,7	36,4

TABEL 8

PERSENTASIE ST. 2-LEERLINGE VAN 1985 WAT ELKE BEWERKING KORREK UITGEVOER HET IN DIE VYF TOETSE

BEWERKING	% IN APRIL	% TOETS 1 OKT.	% TOETS 2 OKT.	% TOETS 1 MAART	% TOETS 2 MAART
$^{-}a - b$ $a > b$	73,0	41,7	86,8	71	80
$^{-}a + {}^{-}b$ $a < b$	62,2	44,4	84,2	77,4	80
$a + {}^{-}b$ $a > b$	81,1	33,3	73,7	41,9	63,3
$a + {}^{-}b$ $a < b$	78,4	41,7	81,6	48,4	60
$^{-}a - {}^{-}b$ $a > b$	37,8	69,4	86,8	64,6	70
$^{-}a - b$	24,3	25	15,8	12,9	13,3
$^{-}a - {}^{-}b$ $a < b$	13,5	19,4	57,9	19,4	66,7
$a - {}^{-}b$	8,1	2,8	57,9	6,5	33,3
$a - b$ $a < b$	37,8	50	52,6	61,3	83,3
$a \times {}^{-}b$	29,7	44,4	47,4	58,1	46,7
$^{-}a \times b$	27,0	38,9	44,7	58,1	50

* Vir -a + -b is die afname in die voortoets vir beide standerds kleiner as wat in Oktober die geval was. Daarna het daar weer 'n herstel by die natoets ingetree.

* In a + -b is die afname in die prestasie in die Maart voortoets groter as vir -a + -b. Die herstel hierna is ook minder opvallend.

* Vir -a - -b, a > b kom dieselfde tendens as vir die gevalle van optelling voor.

* Die prestasie in a - b, a < b het by st. 3 afgeneem tydens die voortoets maar by st. 2 toegeneem. Beide klasse se prestasie het hierna in die natoets tot 'n hoogste vlak toegeneem.

* Die st. 3-leerlinge se prestasie in -a - -b, a < b het bykans konstant gebly, maar by st. 2 was daar eers 'n groot afname in die voortoets, gevolg deur 'n baie groot verbetering in die natoets.

* Beide klasse se prestasie in a - -b toon 'n groot afname in vergelyking met die van Oktober. Selfs die natoets van Maart 1986 se resultate is ver benede die van Oktober.

Die resultate van hierdie onderrigsessie dui op 'n groot mate van retensie vir optelling en die maklike voorbeelde van aftrekking (-a - -b, a > b en a - b, a < b). By die ander gevalle van aftrekking, -a - -b, a < b -a - b en a - -b het die vergeetfaktor waarskynlik tot die groot afname bygedra. Die verskynsel kan moontlik daaraan toegeskryf word dat alle leerlinge hierdie ander gevalle van aftrekking nie so maklik op grond van analogiese redenasie kon beantwoord nie.

****

HOOFSTUK 4

ONTLEDING VAN LEERLINGE SE REKENSTRATEGIEË

In hierdie hoofstuk word die denkstrategieë wat leerlinge gebruik het, vir korrekte sowel as foutiewe antwoorde, ontleed. Inligting oor hierdie strategieë is verkry uit die redes vir antwoorde wat leerlinge vir die geskrewe toetse gegee het. Die doel met hierdie ontleding is om leerlinge se voorkeure vir verskillende strategieë, sowel as die relatiewe geskiktheid van verskillende strategieë in die verskillende berekeningsgevalle te ontleed.

4.1 DIE ONDERSKEIDING VAN VERSKILLENDE STRATEGIEË

'n Aantal tipiese redes van leerlinge vir die verskillende bewerkings word eers gegee, om aan te toon op watter wyse leerlinge se verduidelikings onder die verskillende strategieë ingedeel is. Die voorbeelde wat gegee word, is woordeliks aangehaal.

$-a + -b,\ a > b$ bv. $-5 + -3$

Getallelyn

-8 : Het -5 en gaan 3 af want dis minus getal.

-8 : Begin by -3 en gaan 5 ondertoe.

-2 : Gaan 3 op van -5.

2 : Tel 5 op van -3.

Analogie

-8 : 5 plus 3 is 8.

-8 : Ek plus die twee getalle en sit 'n minus by.

-2 : Ek sê 5 - 3 en dan sit ek 'n minus by.

2 : Ek tel 5 by -3.

Inverse bewerking

-2 : want -3 + -2 = -5.

$-a + -b$, $a < b$ bv. $-2 + -4$

Getallelyn

-6 : Tel 4 af van -2.

-6 : Begin by -4 en tel 2 af

-2 : Ek het van -4 af 2 opgetel.

2 : By -2 begin en 4 opgetel.

Analogie

-6 : Ek het 4 by 2 getel.

-6 : Plus -2 met -4.

-2 : -4 en -2 gemienes.

2 : Tel 4 by -2.

a + -b, a > b bv. 8 + -3

Getallelyn

5 : Ek tel 3 van 8 af.

5 : Begin by -3 en tel 8 op.

Analogie

5 : Trek 3 van 8 af.

-11 : + net die som sit - by.

11 : 8 + 3 = 11

Uitwissing

5 : Tel 3 by -3, daar bly 5 oor.

$a + -b, a < b$ bv. $3 + -9$

Getallelyn

-6 : Begin by 3 en gaan 9 af.

-6 : Het -9 en gaan 3 op.

-12 : 3 afgetel van -9.

Analogie

-6 : Trek 9 van 3 af.

6 : 3 van 9 afgetrek.

12 : 3 plus 9 is 12.

-12 : Ek het 9 by 3 opgetel.

Uitwissing

-6 : 3 plus -3 is 0, daar bly 6 oor.

$-a - -b, a > b$ bv $-9 - -5$

Getallelyn

-4 : Tel 5 boontoe.

-4 : Ek het van -5 afgetel tot by -9.

-14 : Begin by -9 en gaan 5 af.

Analogie

-4 : Trek -5 van -9 af.

-4 : minus die twee getalle en sit 'n - by.

-14 : 9 by 5 getel en 'n -teken bygesit.

Uitwissing

-4 : Trek -5 af, daar bly -4 oor.

Inverse bewerking

4 : Want 4 + 5 is 9.

-a - b bv. -6 - 2

Getallelyn

-8 : Begin by -6 en gaan 2 af.

-4 : Van -6 gaan ek 2 op.

4 : Tel 6 op van -2

Analogie

-8 : Tel bymekaar.

-4 : Ek het 6 - 2 toe sit ek n - by.

-4 : Ek het 2 van 6 afgetrek.

-a - -b, a < b bv. -4 - -9

Getallelyn

5 : Tel 9 boontoe.

-13 : Begin by -4 en gaan 9 af.

-9 : Ek het -9 en gaan 5 op.

Analogie

5 : -4 + 9

-13 : Tel -4 by -9

-5 : Ek het 4 van 9 afgetrek.

Inverse bewerking

5 : Want -9 plus 5 is -4.

-5 : -4 plus -5 is -9.

<u>a - -b bv. 4 - -3</u>

<u>Getallelyn</u>

7 : Begin by 4 en tel 3 op

1 : Van 4 tel ek 3 af.

-7 : Ek het 4 afgetel.

<u>Analogie</u>

7 : Want 4 + 3 = 7

1 : Trek 3 van 4 af.

-1 : Ek minus 3 van 4 en sit 'n - by.

Inverse Bewerking

7 : Want 7 + -3 = 4

1 : 3 + 1 = 4

a - b, a < b bv. 4 - 7

Getallelyn

-3 : Tel 7 ondertoe.

-3 : Begin by 4 en gaan 7 af.

-3 : Afgetel onder vriespunt.

3 : Begin by 7 en tel 4 af.

Analogie

-3 : 7 - 4 en sit 'n minus by.

-11 : Tel bymekaar 4 + 7 = 11.

Uitwissing

-3 : 4 - 4 = 0 = -3

-3 : Trek 4 af daar bly 3 oor.

Inverse bewerking

-3 : Want 7 + -3 = 4

a x -b en -a x b bv. 3 x -4 en -3 x 4

Getallelyn

-12 : Tel 3 keer -4 ondertoe.

-9 : Begin by 3 en tel 3 maal -4 af.

Analogie

-12 : Maal 3 met 4 en sit - by.

12 : 3 maal 4 is 12.

8 : Want 3 x 4 = 12 en jy moet dit volmaak en 12 - 4 = 8.

4.2 DIE BENUTTING VAN DIE VERSKILLENDE STRATEGIEË

Die mate waartoe leerlinge die verskillende strategieë benut het, word vervolgens aangedui deur die persentasie leerlinge per standerd wat 'n bepaalde strategie vir elke bewerking gebruik het in die tabelle aan te toon.

TABEL 9

PERSENTASIES VAN DIE GETAL LEERLINGE PER STANDERD WAT 'N BEPAALDE STRATEGIE GEBRUIK IN DIE VOORTOETS VAN OKTOBER 1985.

BEWERKING	STRATEGIE														
	GETALLELYN			UITWISSING			ANALOGIE			INVERSE BEWERKING			ANDER		
	ST.5	ST. 4	ST.3	ST.5	ST.4	ST.3	ST.5	ST.4	ST.3	ST.5	ST.4	ST.3	ST.5	ST.4	ST.3
1. $^-a + {}^-b$, $a > b$	26	29	49	0	0	0	69	57	37	0	0	0	5	14	14
2. $^-a + {}^-b$, $a < b$	28	31	43	0	0	0	67	49	40	0	0	0	5	20	17
3. $a + {}^-b$, $a > b$	33	31	32	0	3	0	60	40	35	0	0	0	7	26	33
4. $a + {}^-b$, $a < b$	38	31	29	5	0	0	48	46	38	0	0	0	9	23	33
5. $^-a - {}^-b$, $a > b$	26	21	34	0	0	0	67	53	34	0	3	0	7	23	31
6. $^-a - b$	36	26	43	0	0	0	50	43	26	0	0	0	14	31	31
7. $^-a - {}^-b$, $a < b$	36	24	43	0	3	0	43	33	14	5	3	6	16	36	37
8. $a - {}^-b$	36	26	40	0	0	0	44	29	23	2	3	0	17	43	37
9. $a - b$, $a < b$	52	26	57	14	20	0	21	26	17	2	6	9	10	20	17
10. $a \times {}^-b$	17	0	3	0	0	0	55	74	41	0	0	0	28	25	56
11. $^-a \times b$	12	3	3	0	0	0	62	68	39	0	0	0	26	29	58

Die volgende tendense is in die data sigbaar:

* Soos te wagte kan wees, is daar 'n konsekwente afname oor standerds 3, 4 en 5 in die persentasie leerlinge wat geen verklaring of 'n sinlose verklaring aanbied. Dit is duidelik dat ouer leerlinge dit makliker vind om te beskryf hoe hulle redeneer het.

* Daar is 'n konsekwente toename, behalwe by die laaste drie gevalle, oor standerds 3, 4 en 5 in die persentasie leerlinge wat abstrak-logiese verklarings voorsien.

* Daar is geen duidelike oorhoofse tendens wat betref die benutting van die getallelyn nie, behalwe die moeilik verklaarbare verskynsel dat aansienlik minder st. 4-leerlinge die getallelyn benut as leerlinge in standerds 3 en 5. Dit val ook op dat by die geval a - b, a < b die persentasie leerlinge wat die getallelyn benut deurgaans hoër is.

TABEL 10

PERSENTASIES VAN DIE GETAL LEERLINGE PER STANDERD WAT 'N BEPAALDE STRATEGIE GEBRUIK IN DIE NATOETS VAN OKTOBER 1985.

BEWERKING	STRATEGIE														
	GETALLELYN			UITWISSING			ANALOGIE			INVERSE			ANDER		
	5	4	3	5	4	3	5	4	3	5	4	3	5	4	3
$^{-}a + {}^{-}b,\ a > b$	20	31,4	47	0	0	0	70	51,4	37,5	5	5,7	0	5	11,4	15,5
$^{-}a + {}^{-}b,\ a < b$	22,5	34,3	44	0	0	0	60	51,4	40,5	10	3	0	7,5	11,4	15,5
$a + {}^{-}b,\ a > b$	37,5	40	56,3	0	3	0	60	51	12,5	0	3	0	2,5	3	31,2
$a + {}^{-}b,\ a < b$	40	48,6	56,3	0	3	0	57,5	37	12,5	0	0	0	2,5	11,4	31,2
$^{-}a - {}^{-}b,\ a > b$	20	28,6	44	0	0	0	65	48,6	22	10	8,6	0	5	14,3	34
$^{-}a - b$	32,5	28,6	50	0	3	0	45	42,8	12,5	12,5	5,7	0	10	20	37,5
$^{-}a - {}^{-}b,\ a < b$	27,5	28,6	44	2,5	0	0	45	40	12,5	12,5	0	3	12,5	31,4	40,5
$a - {}^{-}b$	25	28,6	44	0	0	0	47,5	28,6	9	17,5	5,7	3	10	37	44
$a - b,\ a < b$	52,5	34	72	5	3	0	25	43	12,5	12,5	11,4	0	5	8,6	15,5
$a \times {}^{-}b$	7,5	3	0	0	0	0	62,5	86	53	0	0	0	30	11	47
$^{-}a \times b$	5	3	0	0	0	0	67,5	80	50	0	0	0	27,5	17	50

Die data van die bostaande tabel dui op die volgende:

* by st. 4 en 5 het gebruik van die getallelyn afgeneem en dié vir analogiese metodes verder toegeneem;

* by st. 3 is daar 'n toename in die gebruik van die getallelyn, moontlik omdat die gewildste verduideliking wat leerlinge in die klasbespreking vir -a - -b, a < b gegee het, (verwys na 4.1) 'n metode gebied het wat as reël toegepas kon word. Dit kon gebruik van die getallelyn by ander bewerkings stimuleer.

* By st. 4 en 5 het benutting van die inverse bewerking by aftrekking toegeneem, wat moontlik te wyte is aan die feit dat aftrekking met hierdie onderrigsessie behandel is en dat die inverse bewerking as strategie uit die voltooi van die getalsinne gevolg het. By -a + -b het gevalle voorgekom waar leerlinge die inverse bewerking as gevolg van verwarring hier probeer toepas het (verwys na 4.1).

TABEL 11

PERSENTASIES VAN DIE GETAL LEERLINGE IN ST. 2 EN 3 WAT ELKE BEPAALDE STRATEGIE GEBRUIK HET IN DIE VOORTOETS VAN MAART 1986.

BEWERKINGS-GEVAL	STRATEGIE															
	GETALLELYN				ANALOGIE				INVERSE BEWERKING				ANDER			
	GETAL LLE.		%		GETAL LLE.		%		GETAL LLE.		%		GETAL LLE		%	
	ST.3	ST.2	ST.3	ST.2	ST.3	ST.2	ST.3	ST.2	ST.3	ST.2	ST.3	ST.2	ST.3	ST.2	ST.3	ST.2
$+ \, ^{-}b$, $a > b$	9	13	27	42	13	15	40	48	0	0	0	0	11	3	33	10
$+ \, ^{-}b$, $a < b$	9	13	27	42	13	16	40	52	0	0	0	0	11	2	33	6
^{-}b, $a > b$	8	14	24	45	10	11	30	36	0	0	0	0	15	6	46	19
^{-}b, $a < b$	9	15	27	49	8	10	24	32	0	0	0	0	16	6	49	19
$- \, ^{-}b$, $a > b$	6	11	18	37	11	13	33	43	0	1	0	3	16	6	49	19
$- b$	8	15	24	48	5	10	15	32	2	0	6	0	18	6	55	20
$- \, ^{-}b$, $a < b$	7	14	21	47	6	9	18	30	2	0	6	0	18	8	55	26
$- \, ^{-}b$	7	11	21	35	6	8	18	26	2	0	6	0	18	12	55	39
$- b$, $a < b$	10	19	30	61	5	6	15	20	3	1	9	3	15	6	46	19
^{-}b	0	2	0	7	16	21	49	70	0	0	0	0	17	8	51	26
X b	0	2	0	7	16	21	49	70	0	0	0	0	17	8	51	26

Tabel 11 dui op die volgende tendense by st. 2 en 3:

* daar is 'n toename van st. 2 na 3 in die getal leerlinge wat analogiese metodes bo die getallelyn toepas vir optelling;

* daar is nie 'n verwagte afname in die "ander" redes vanaf st. 2 na st. 3 nie. Dit is moontlik omdat st. 2-leerlinge steeds hoofsaaklik die getallelyn benut, terwyl st. 3-leerlinge meer analogieë gebruik, maar weens beperkte uitdrukkingsvermoë nie duidelik verstaanbare redes kan verskaf nie.

TABEL 12

PERSENTASIES VAN DIE GETAL LEERLINGE IN ST. 2 EN 3 WAT ELKE BEPAALDE STRATEGIE GEBRUIK HET IN DIE NATOETS VAN MAART 1986.

WERKINGS-VAL .	STRATEGIE															
	GETALLELYN				ANALOGIE				INVERSE BEWERKING				ANDER			
	GETAL LLE.		%		GETAL LLE.		%		GETAL LLE		%		GETAL LLE.		%	
	ST.3	ST. 2	ST.3	ST.2	ST.3	ST.2	ST.3	ST.2	ST.3	ST.2	ST.3	ST.2	ST.3	ST.2	ST.3	ST.2
$a + {}^{-}b,\ a > b$	9	14	27	45	22	17	67	55	0	0	0	0	2	0	6	0
$a + {}^{-}b,\ a < b$	8	12	24	39	23	19	70	61	0	0	0	0	2	0	6	0
$+ {}^{-}b,\ a > b$	11	16	33	52	17	14	52	45	0	0	0	0	5	1	15	3
$+ {}^{-}b,\ a < b$	12	18	36	58	16	12	49	39	0	0	0	0	5	1	15	3
$a - {}^{-}b,\ a > b$	8	11	24	36	20	18	61	58	0	1	0	3	5	1	15	3
$a - b$	9	11	27	36	18	18	55	58	0	0	0	0	6	2	18	6
$a - {}^{-}b,\ a < b$	10	17	30	55	17	13	52	42	0	0	0	0	6	1	18	3
$- {}^{-}b$	12	15	36	48	15	12	46	39	0	0	0	0	6	4	18	13
$- b,\ a < b$	17	20	52	65	14	6	42	19	0	4	0	10	2	1	6	3
$X\ {}^{-}b$	2	0	6	0	21	25	64	81	0	0	0	0	10	6	30	19
$a\ X\ b$	2	0	6	0	21	25	64	81	0	0	0	0	10	6	30	19

* Dit is uit die bostaande tabel duidelik dat daar 'n verdere toename in die gebruik van analogiese metodes by optelling is.

4.3 DIE MATE VAN SUKSES WAT DIE LEERLINGE MET DIE VERSKILLENDE STRATEGIEë BEHAAL HET

In die hierop volgende tabelle word die getal leerlinge per standerd wat 'n bepaalde strategie benut het teenoor die betrokke bewerking getoon, tesame met die persentasie van hierdie leerlinge wat die betrokke strategie vir daardie bewerking onsuksesvol benut het.

TABEL 13

PERSENTASIES VAN DIE GETAL LEERLINGE WAT 'N BEPAALDE STRATEGIE ONSUKSESVOL BENUT HET IN DIE VOORTOETS VAN OKTOBER 1985.

BEWERKINGS-GEVAL	STRATEGIE																													
	GETALLELYN						UITMISSING						ANALOGIE						INVERSE BEWERKING						ANDER					
	GETAL			%			GETAL			%			GETAL			%			GETAL			%			GETAL			%		
	5	4	3	5	4	3	5	4	3	5	4	3	5	4	3	5	4	3	5	4	3	5	4	3	5	4	3	5	4	3
$^-a + {}^-b, a > b$	11	10	17	55	40	58,5	0	0	0	0	0	0	29	20	13	10	30	7,7	0	0	0	0	0	0	2	5	5	100	60	40
$^-a + {}^-b, a < b$	12	11	15	42	55	60	0	0	0	0	0	0	28	17	14	4	18	14,3	0	0	0	0	0	0	2	7	6	100	71	50
$a + {}^-b, a > b$	14	11	11	36	36	45,5	0	0	0	0	0	0	25	14	12	20	57	75	0	0	0	0	0	0	3	10	12	67	60	67
$a + {}^-b, a < b$	16	11	10	19	0	60	2	0	0	50	0	0	20	16	13	10	50	61,5	0	0	0	0	0	0	4	8	12	75	38	92
$^-a - {}^-b, a > b$	11	7	12	73	43	50	0	0	0	0	0	0	28	18	12	29	6	8,3	0	1	0	0	100	0	3	9	11	0	56	55
$^-a - b$	15	9	15	47	44	73,3	0	0	0	0	0	0	21	15	9	62	80	89	0	0	0	0	0	0	6	11	11	83	73	64
$^-a - {}^-b, a < b$	15	8	15	87	88	73,3	0	0	0	0	0	0	18	11	5	72	82	60	2	1	2	0	100	0	7	15	13	86	73	77
$a - {}^-b$	15	9	14	100	100	100	0	0	0	0	0	0	18	10	8	89	100	100	1	1	0	100	100	0	8	15	13	100	100	100
$a - b, a < b$	22	9	20	18	11	25	6	7	0	0	29	0	9	9	6	0	22	0	1	2	3	100	100	100	4	8	6	75	63	67
$a \times {}^-b$	7	0	1	57	0	100	0	0	0	0	0	0	23	26	14	13	8	14,3	0	0	0	0	0	0	12	9	20	92	56	55
$^-a \times b$	5	1	1	60	100	100	0	0	0	0	0	0	26	23	13	12	22	7,7	0	0	0	0	0	0	11	11	21	100	64	67

Die volgende waarnemings kan uit Tabel 13 gemaak word:

* by optelling het 'n hoër persentasie van die leerlinge die getallelyn onsuksesvol benut as vir analogiese redenasie;

* st. 3-leerlinge het analogiese metodes minder suksesvol as st. 5-leerlinge benut;

* die getallelyn het vir $a - b$, $a < b$ die minste probleme gelewer;

* die getallelyn is met min sukses toegepas by $-a - -b$, $a < b$; $a - -b$; $a \times -b$ en $-a \times b$.

TABEL 14

PERSENTASIES VAN DIE GETAL LEERLINGE WAT N BEPAALDE STRATEGIE ONSUKSESVOL BENUT IN DIE NATOETS VAN OKTOBER 1985.

BEWERKINGS-GEVAL	STRATEGIE																													
	GETALLELYN						UITWISSING						ANALOGIE						INVERSE BEWERKING						ANDER					
	GETAL			%			GETAL			%			GETAL			%			GETAL			%			GETAL			%		
	5	4	3	5	4	3	5	4	3	5	4	3	5	4	3	5	4	3	5	4	3	5	4	3	5	4	3	5	4	3
$^{-}a + {}^{-}b$, $a > b$	8	11	15	50	55	27	0	0	0	0	0	0	28	18	12	14	17	8	0	0	0	0	0	0	4	6	5	50	100	40
$^{-}a + {}^{-}b$, $a < b$	9	12	14	44	58	21	0	0	0	0	0	0	24	18	13	13	6	0	4	1	0	100	100	0	3	4	5	33	100	20
$a + {}^{-}b$, $a > b$	15	14	18	27	14	11	0	1	0	0	0	0	24	18	4	8	11	25	0	0	0	0	0	0	1	2	10	0	50	40
$a + {}^{-}b$, $a < b$	16	17	18	25	0	11	0	1	0	0	0	0	23	13	4	26	8	25	0	0	0	0	0	0	1	4	10	0	25	30
$^{-}a - {}^{-}b$, $a > b$	8	10	14	13	30	7	0	0	0	0	0	0	26	17	7	8	12	0	4	3	0	50	0	0	2	5	11	50	60	9
$^{-}a - b$	13	10	16	54	90	69	0	1	0	0	100	0	18	15	4	67	80	75	5	2	0	60	100	0	4	7	12	50	86	83
$^{-}a - {}^{-}b$, $a < b$	11	10	14	36	50	36	1	0	0	0	0	0	18	14	4	39	50	50	5	0	1	0	0	0	5	11	13	40	64	46
$a - {}^{-}b$	10	10	14	60	80	21	0	0	0	0	0	0	19	10	3	32	50	33	7	2	1	29	0	0	4	13	14	100	69	79
$a - b$, $a < b$	21	12	23	5	33	4,3	2	1	0	0	0	0	10	15	4	0	0	25	5	4	0	20	25	0	2	3	5	0	0	40
$a \times {}^{-}b$	3	1	0	33	0	0	0	0	0	0	0	0	25	30	21	4	20	33	0	0	0	0	0	0	12	4	11	58	75	64
$^{-}a \times b$	2	1	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	27	28	21	22	14	30	0	0	0	0	0	0	11	6	12	67	42	36

TABEL 15

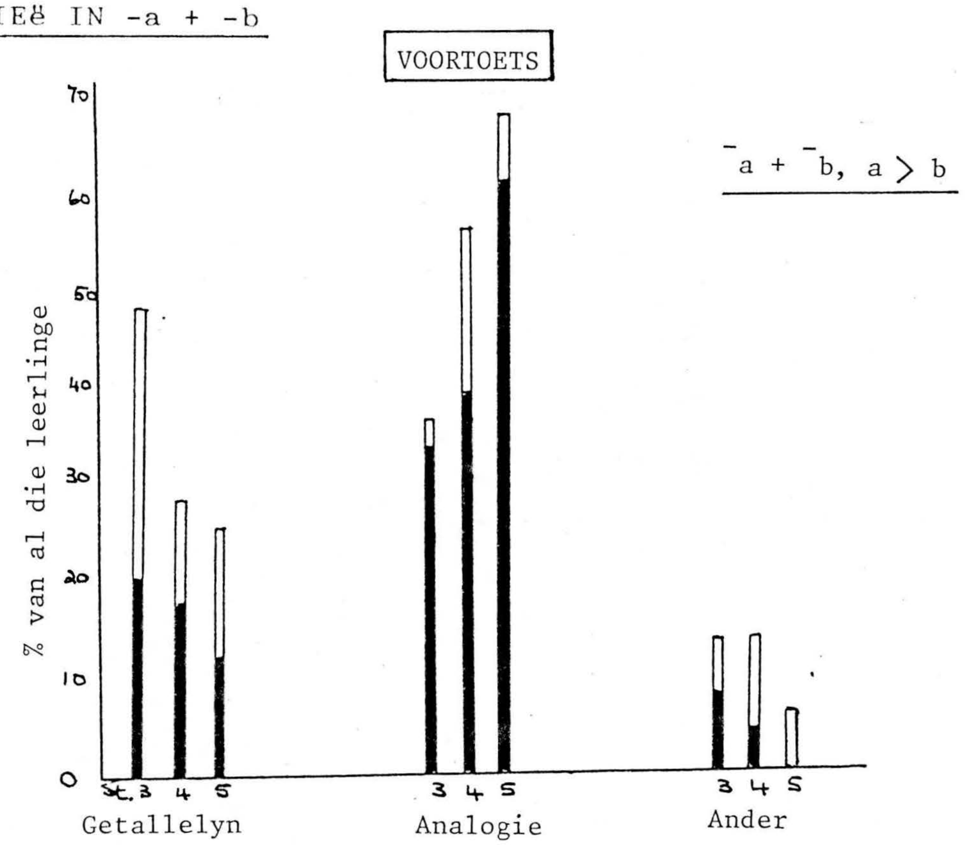
DIE BENUTTING VAN STRATEGIEË DEUR ST. 2-LEERLINGE TYDENS DIE MAART TOETSE.

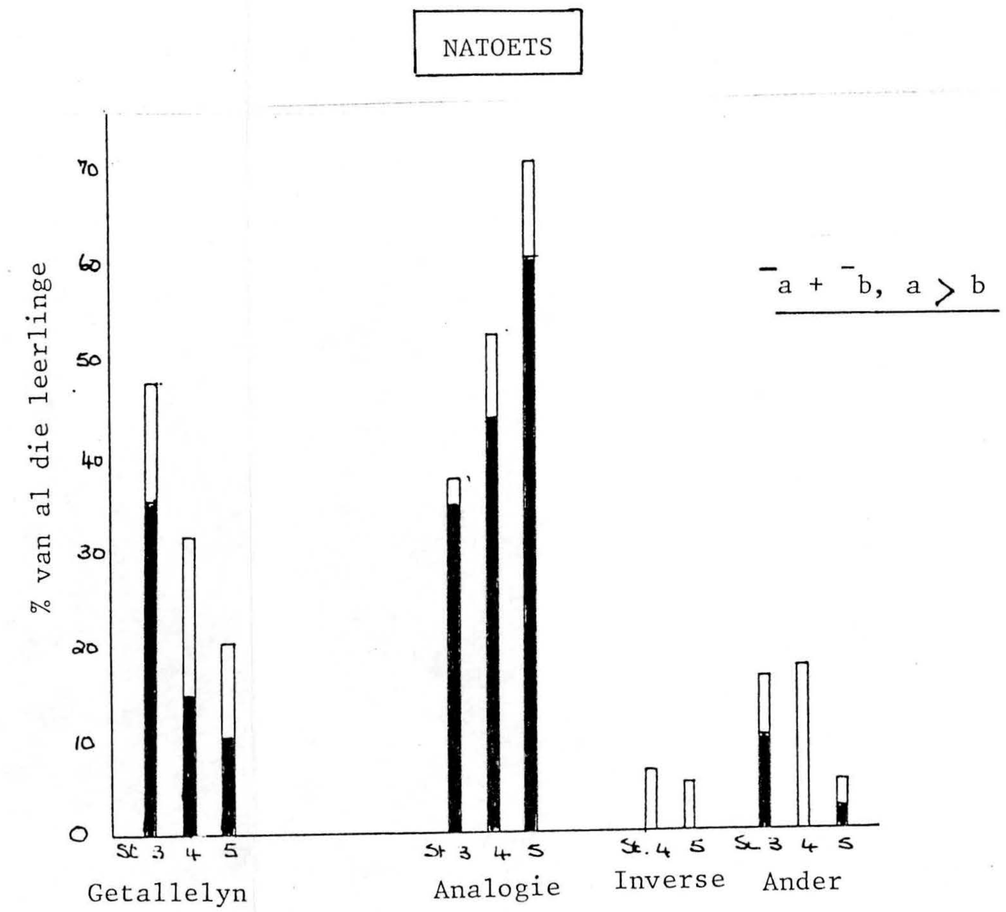
BEWERKINGSGEVAL	GETALLELYN				ANALOGIE				ANDER			
	VOORTOETS MAART		NATOETS MAART		VOORTOETS MAART		NATOETS MAART		VOORTOETS MAART		NATOETS MAART	
	GETAL LLE	%	GETAL LLE	%	GETAL LLE	%	GETAL LLE	%	GETAL LLE	%	GETAL LLE	%
$^-a + {}^-b,\ a > b$	13	31	14	7	15	0	17	29	2	100	0	0
$^-a + {}^-b,\ a < b$	13	39	12	8	16	0	19	37	2	100	0	0
$a + {}^-b,\ a > b$	14	64	16	6	11	18	13	46	6	83	2	0
$a + {}^-b,\ a < b$	15	53	18	6	10	30	12	42	7	67	1	100
$^-a - {}^-b,\ a > b$	11	55	11	36	13	15	18	33	7	14	2	0
$^-a - b$	15	53	11	73	10	90	18	72	6	100	2	100
$^-a - {}^-b,\ a < b$	14	79	17	6	9	67	13	39	9	45	1	0
$a - {}^-b$	11	91	15	67	8	88	12	42	13	100	4	50
$a - b,\ a < b$	19	21	20	0	6	17	6	0	6	83	2	50
$a \times {}^-b$	2	50	0	0	21	14	27	37	9	21	4	100
$^-a \times b$	2	50	0	0	21	19	27	37	9	71	4	100

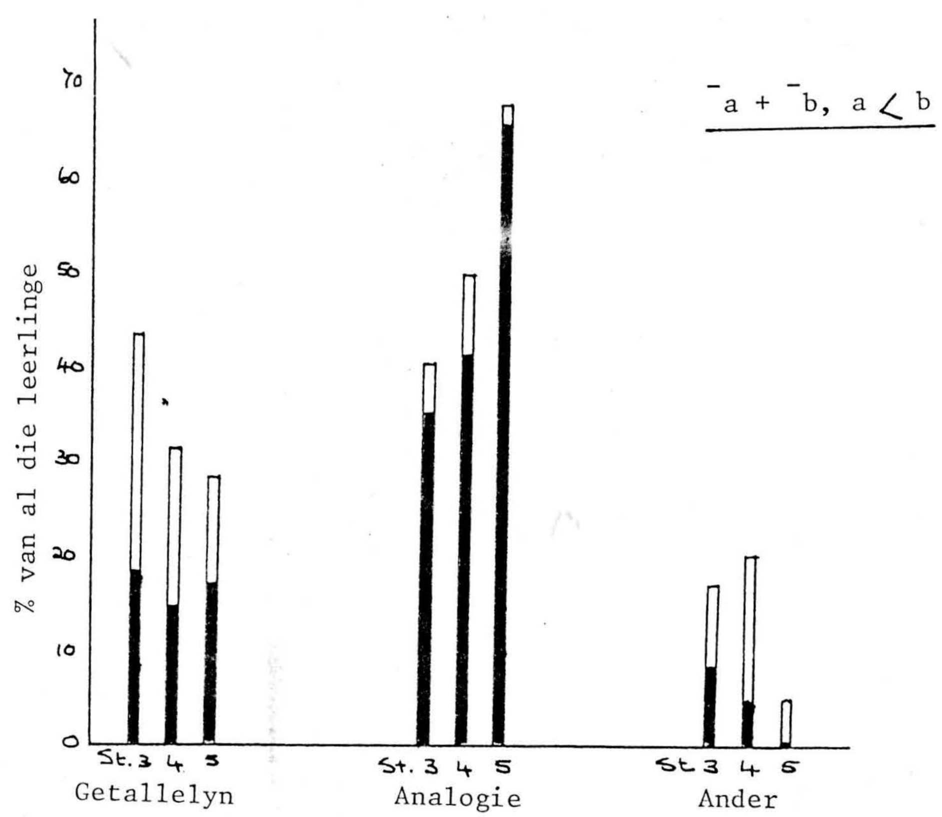
4.4 BENUTTING VAN STRATEGIEË DEUR ST. 3 TOT 5-LEERLINGE IN DIE OKTOBER TOETSE

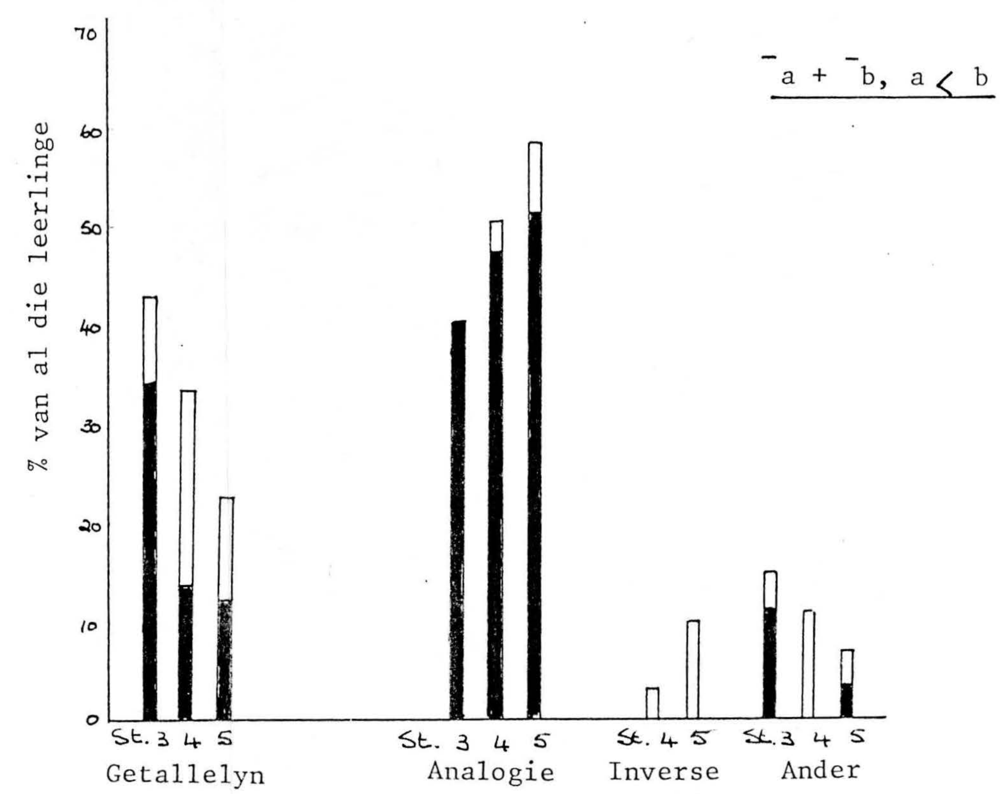
FIGUUR 5

GRAFIESE VOORSTELLING VAN ST. 3 TOT 5-LEERLINGE SE BENUTTING VAN STRATEGIEË IN -a + -b



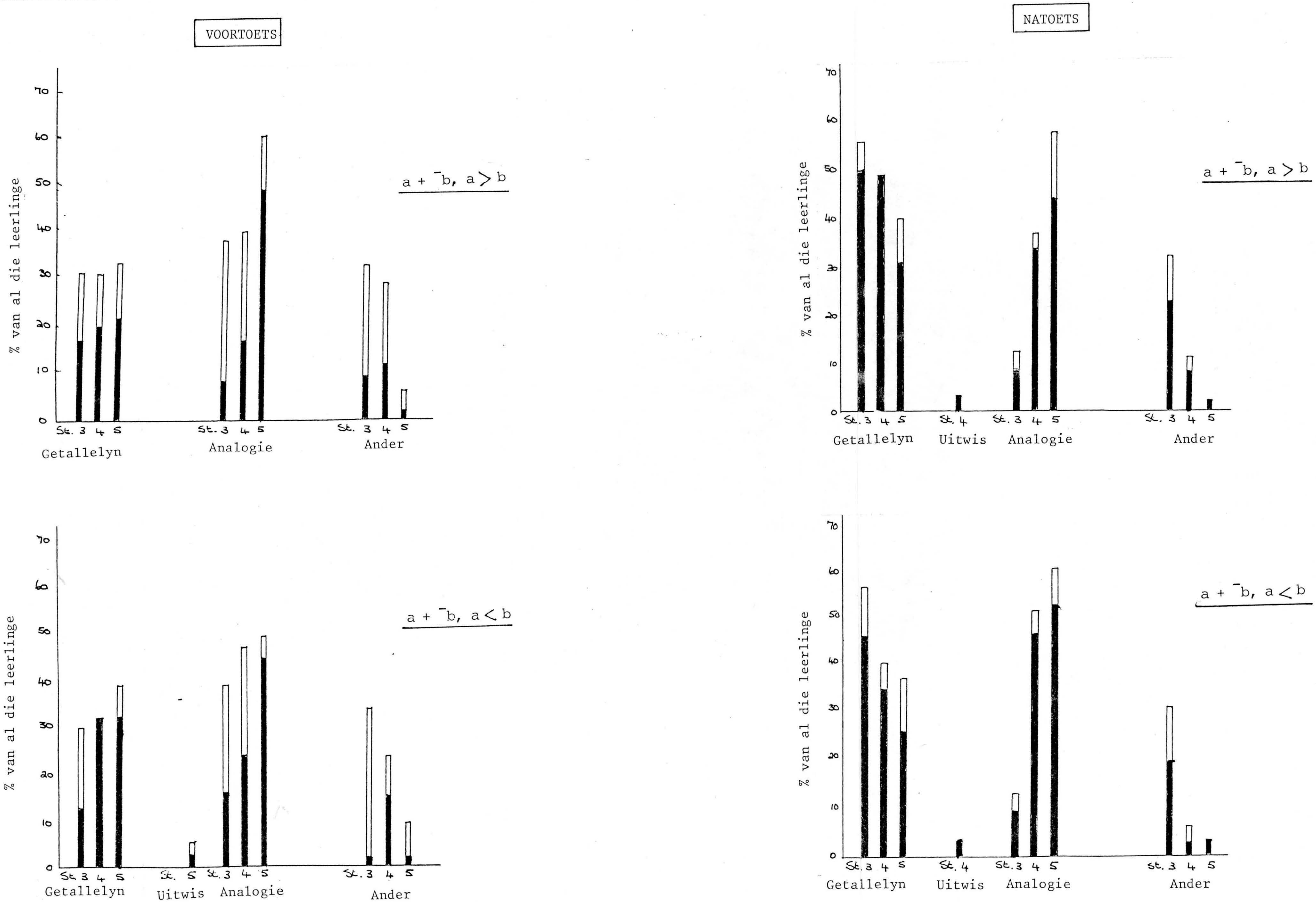






FIGUUR 6

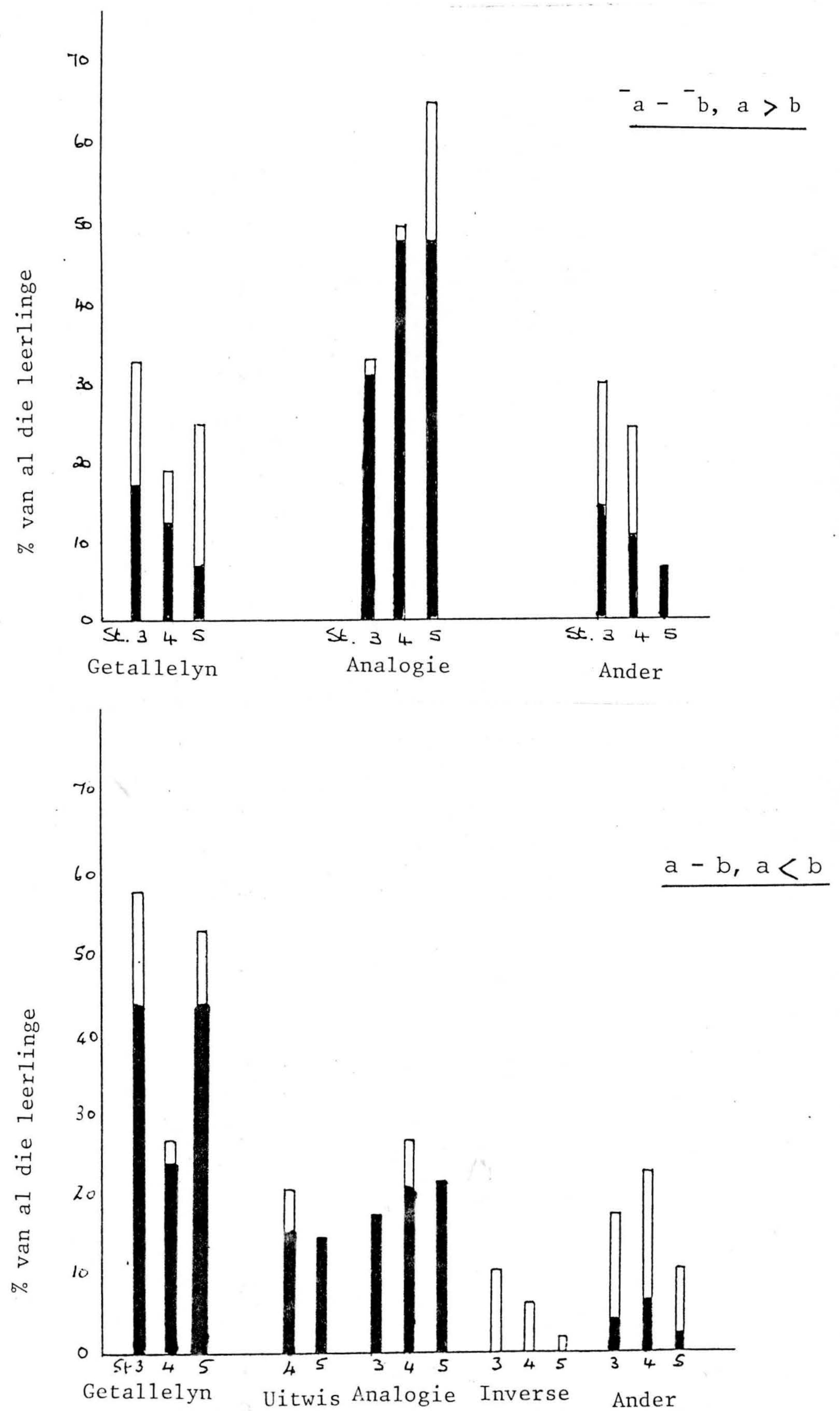
GRAFIESE VOORSTELLING VAN ST. 3 TOT 5-LEERLINGE SE BENUTTING VAN STRATEGIEË IN a + -b



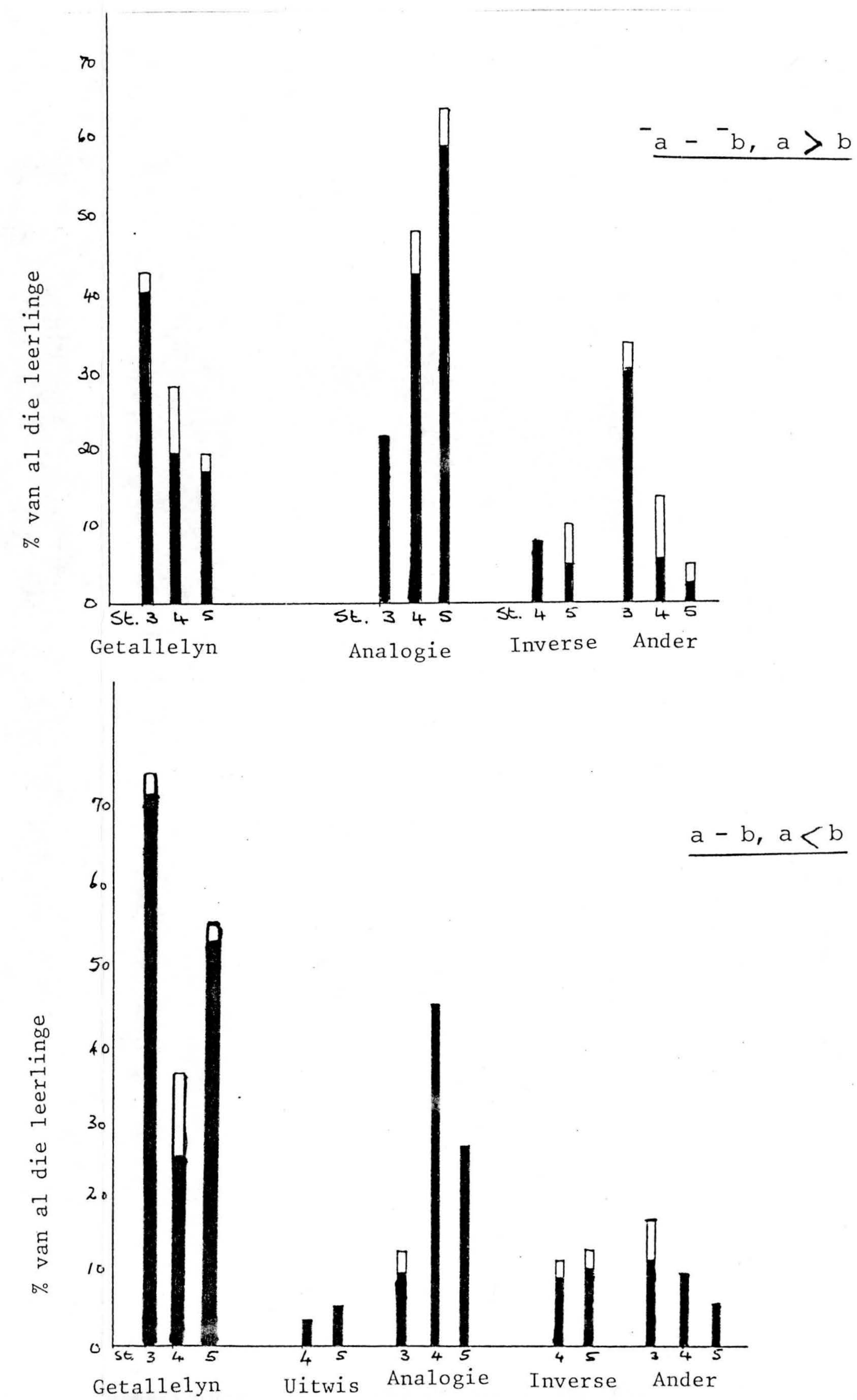
FIGUUR 7

GRAFIESE VOORSTELLING VAN ST. 3 TOT 5-LEERLINGE SE BENUTTING VAN STRATEGIEË IN $\bar{a} - \bar{b}$, a > b en a - b, a < b

VOORTOETS



NATOETS

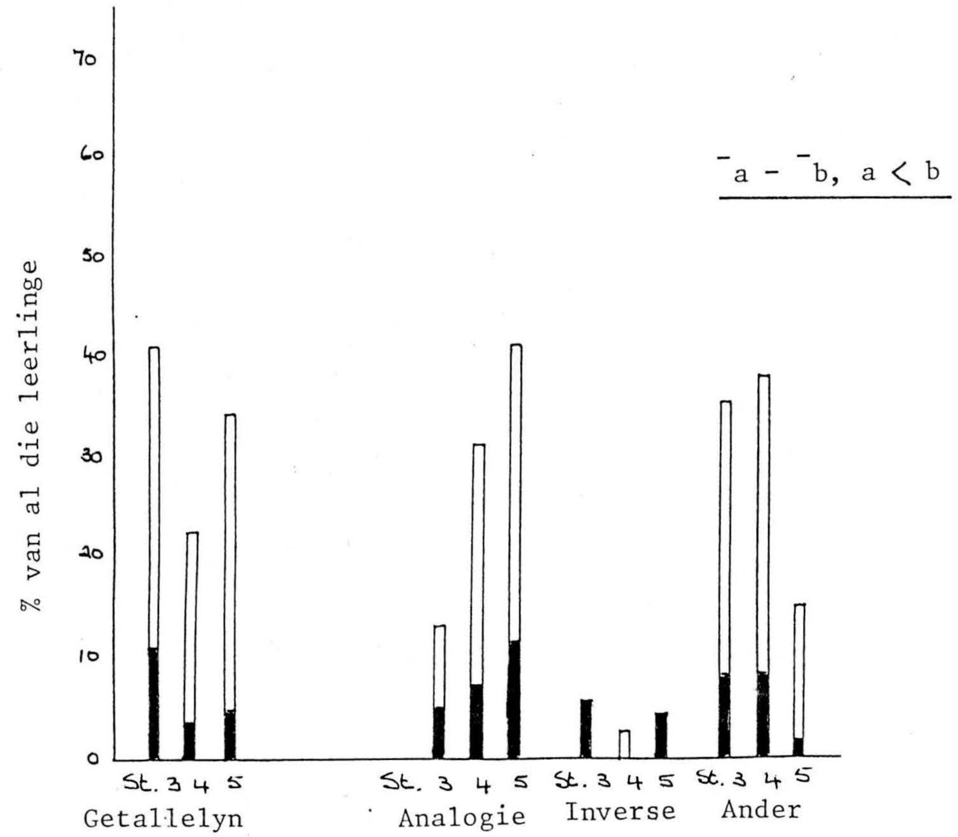


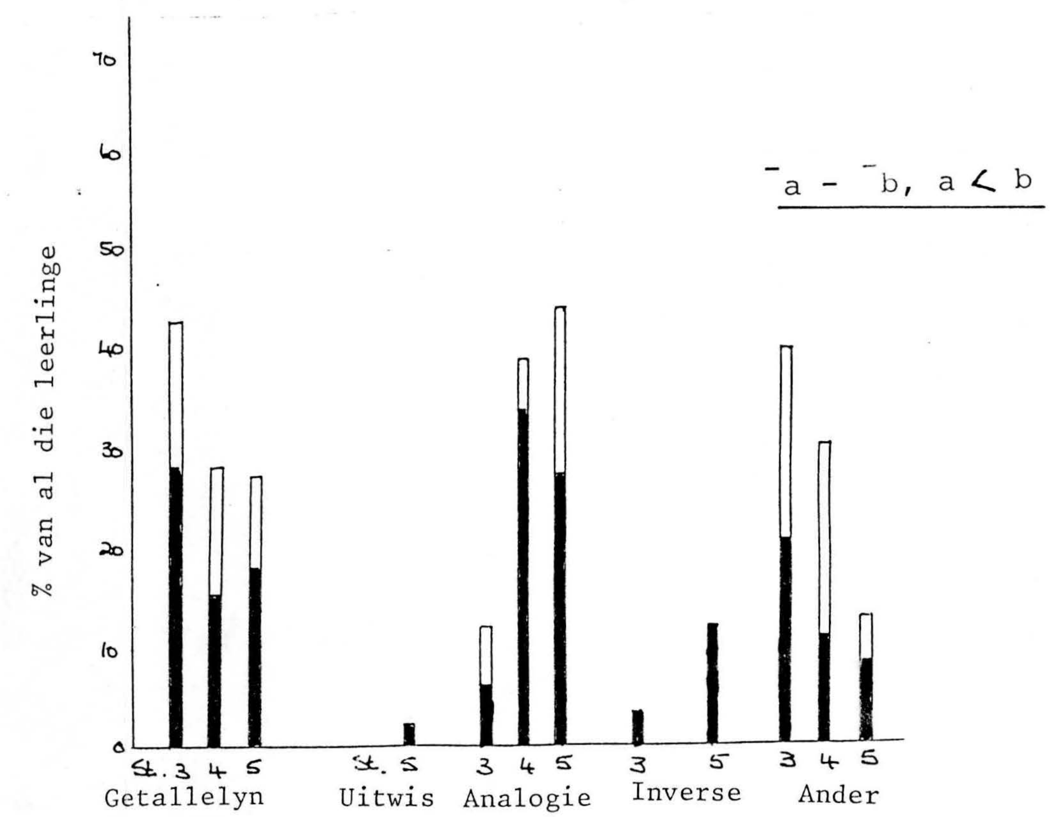
FIGUUR 8

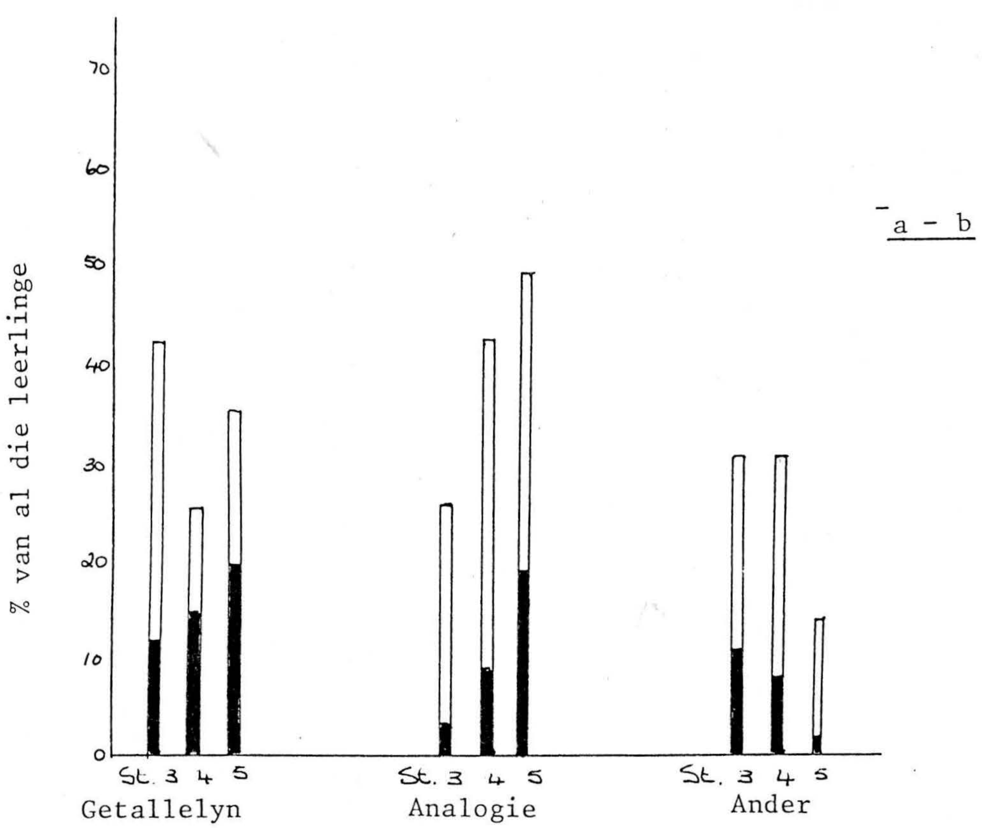
GRAFIESE VOORSTELLING VAN ST. 3 TOT 5-LEERLINGE SE BENUTTING VAN STRATEGIEË IN -a - -b, a < b; -a - b

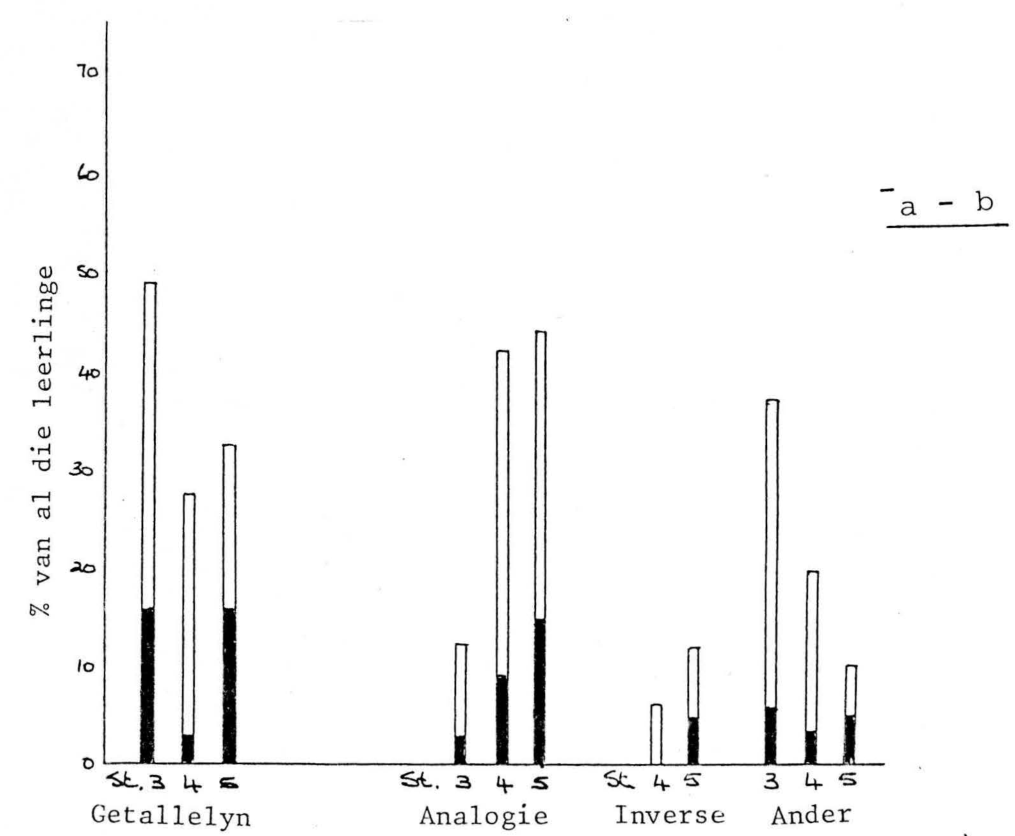
VOORTOETS

NATOETS









Die inligting wat in die bostaande vier grafieke voorgestel word, is vervat in Bylae H, Tabelle 16 tot 19.

Die data in die grafieke van figure 5 tot 8 dui op die volgende tendense:

* Die benutting van die getallelyn neem af vanaf st. 3 tot st. 5, terwyl die benutting van analogiese metodes 'n duidelike toename toon.

* By die twee gevalle van -a + -b is die persentasie van die leerlinge wat analogiese metodes onsuksesvol benut, (slegs in 15% van die gevalle waar leerlinge analogiese metodes gebruik het, was dit onsuksesvol), aansienlik laer as wat met die getallelyn die geval is. 53% van die gevalle waar leerlinge die getallelyn benut het, was dit onsuksesvol.

* Vir die twee gevalle van a + -b is dit slegs by st. 5 dat 'n laer persentasie van die leerlinge wat analogiese metodes benut, dit onsuksesvol doen in vergelyking met die getallelyn. Vir die drie standerds gesamentlik word die getallelyn in 32% van die gevalle waar dit benut word, onsuksesvol benut, terwyl die ooreenstemmende persentasie vir analogiese denke 53% is.

* Die getallelyn word vir a - b, a < b opmerklik meer benut as

analogiese metodes. Tog is dit opvallend dat leerlinge wat analogiese metodes benut, dit met 'n hoër suksespeil doen. (5,6% onsuksesvolle benutting teenoor 11,6% by die getallelyn).

* Die resultate van die natoets in Oktober stem ooreen met die van die voortoets. Dit is opvallend dat, veral by die twee gevalle van a + -b, meer leerlinge die getallelyn (na onderrig) benut as in die voortoets. Dit is moontlik as gevolg van die feit dat die getallelyn as toegangsweg gekies is, dat leerlinge gevolglik in klasbesprekings geneig was om bewerkingsmetodes in terme van die getallelyn te wil verduidelik en ook omdat hierdie twee gevalle hulle beter leen tot die toepassing van die getallelyn as die ander twee optellingsgevalle.

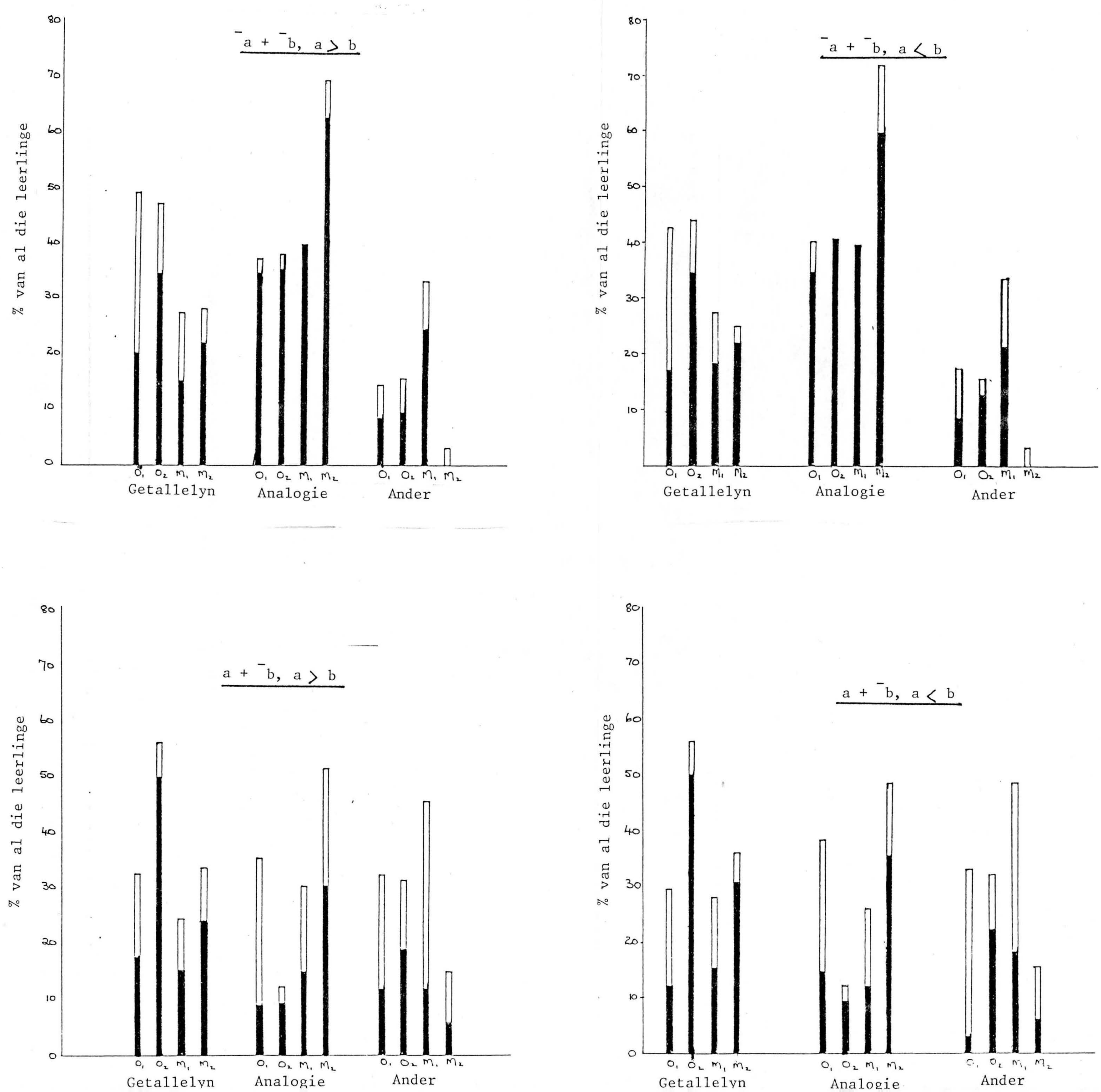
* Die tendens van afnemende benutting van die getallelyn vanaf st. 3 tot st. 5 met toenemende benutting van analogiese metodes, kom tydens die natoets ook vir die moeilike aftrekkingsgevalle, -a - -b, a < b en a - -b sterker na vore.

4.5 DEURLOPENDE RESULTATE VAN ST. 3 OOR DIE VIER TOETSE VANAF OKTOBER 1985 TOT MAART 1986.

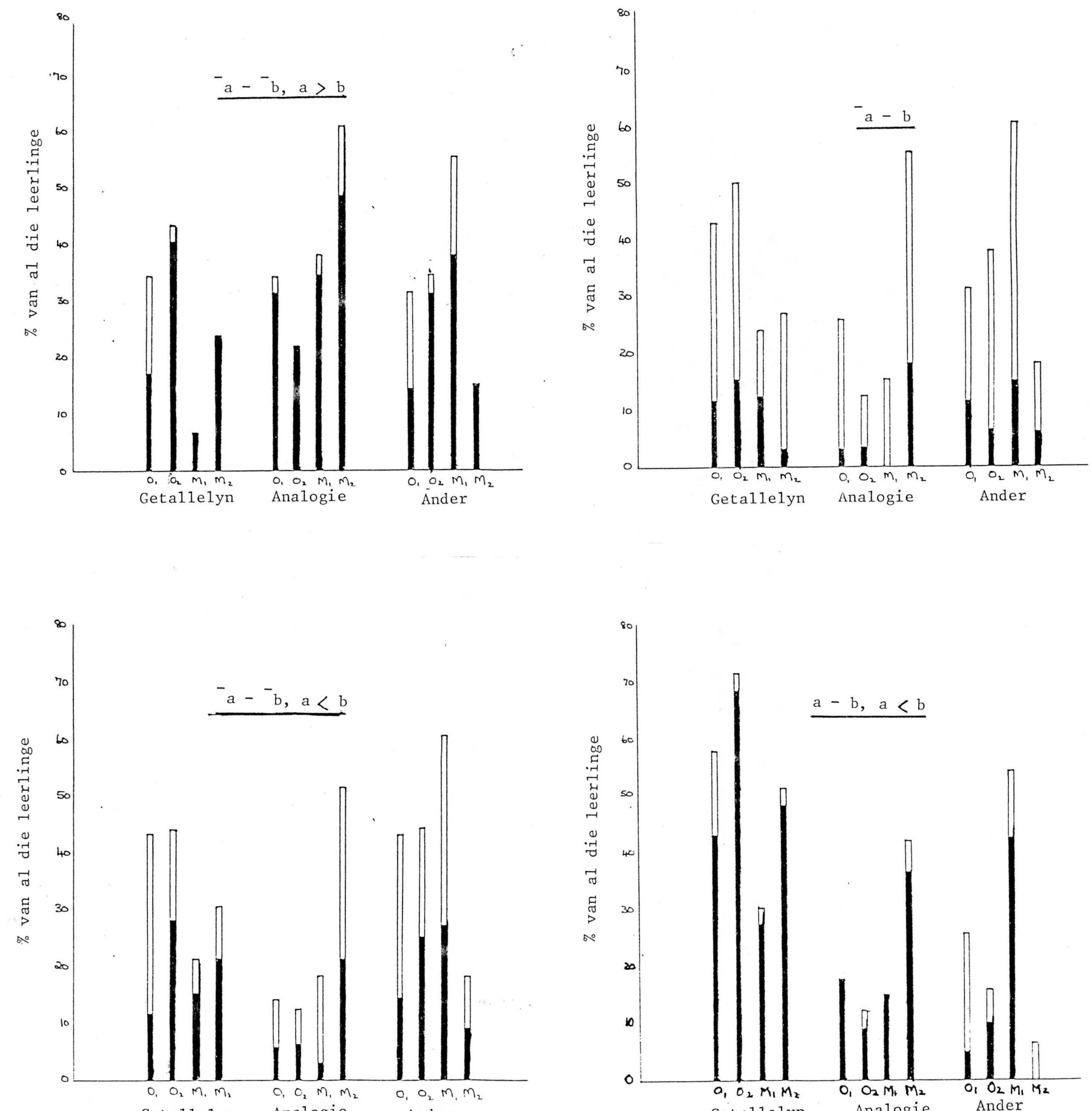
Die resultate wat die st. 3-leerlinge in al vier toetse vanaf die voortoets in Oktober 1985 tot die natoets in Maart 1986 behaal het, word hier grafies getoon. In Figuur 5 is die resultate vir die vier gevalle van optel aangedui en in Figuur 6 die resultate vir vier gevalle van aftrek.

In die grafieke dui die totale lengte van elke kolom die persentasie leerlinge wat 'n bepaalde strategie benut het aan. Die swart gedeelte dui die persentasie suksesvolle benutting en die oop gedeelte die onsuksesvolle benutting van strategieë vir elke bewerking aan.

FIGUUR 9 : GRAFIESE VOORSTELLING VAN ST. 3-LEERLINGE SE BENUTTING VAN STRATEGIEë EN DIE SUKSES BEHAAL IN DIE VIER GEVALLE VAN OPTEL



FIGUUR 10 : GRAFIESE VOORSTELLING VAN ST. 3-LEERLINGE SE BENUTTING VAN STRATEGIEë EN DIE SUKSES BEHAAL IN VIER GEVALLE VAN AFTREK



Die inligting wat in die grafieke voorgestel word, is vervat in Bylae H, Tabelle 20 tot 28.

Die data van die grafieke dui op die volgende:

* daar is 'n opvallende toename in die benutting en suksesvolle benutting van die getallelyn vanaf elke voortoets tot die natoets, m.a.w. na onderrig.

* Die afname in gebruik van die getallelyn na 'n wagtydperk, d.w.s. vanaf 'n natoets tot 'n voortoets, dui moontlik daarop dat kinders nie die getallelyn geredelik aanvaar nie.

* Daar is 'n opvallende en konsekwente toename in analogiese metodes vanaf Oktober se voortoets tot die natoets van Maart, d.w.s. na onderrig en na 'n wagtydperk.

* Die toename in "ander" rekenmetodes vanaf die voortoets in Oktober tot die natoets van Maart, dui moontlik daarop dat leerlinge analogiese metodes in die plek van die getallelyn toepas, maar dat hulle nog nie in staat is om hul verduidelikings vir bewerkings duidelik te formuleer nie. Die groot afname in die getal redes onder "ander", met 'n ooreenstemmende toename in analogiese metodes en

afname in gebruik van die getallelyn, is moontlik 'n aanduiding dat leerlinge na oefening daartoe in staat is om hul bewerkingsmetode duideliker te formuleer.

* Die eerste twee gevalle van optelling, nl. $-a + -b$, $a > b$ en $-a + -b$, $a < b$, toon 'n duidelike en spontane toename in die suksesvolle benutting van analogiese metodes. Onsuksesvolle toepassing van analogieë is tydens die laaste toets laer as in die vorige toetse. Dit kan moontlik daaraan toegeskryf word dat sommige leerlinge wat na analogiese metodes oorskakel nog nie daarvoor gereed is nie. Die mate van onsuksesvolle benutting van die getallelyn toon 'n konsekwente afname. Hierdie tendens is moontlik daaraan toe te skryf dat leerlinge se toepassing akkurater word na oefening.

* By die ander twee gevalle van optelling, nl. $a + -b$, $a > b$ en $a + -b$, $a < b$, is die duidelike toename in die suksesvolle toepassing van analogieë opvallend. Vir die leerlinge wat die getallelyn benut, is die persentasie wat dit onsuksesvol doen laer as vir anlogiese metodes. Dit dui moontlik daarop dat st. 3-leerlinge hierdie bewerkings moeiliker as die ander twee gevalle van optelling vind en dat hulle meer van konsepsuele hulpmiddels afhanklik is. 'n Ander moontlike verklaring is dat die getallelyn makliker by hierdie bewerking toegepas word. Hierdie vermoede word versterk deur die

waarneming dat leerlinge teen 'n stadiger tempo na analogiese metodes oorgeskakel het. Dit is ook duidelik dat hier meer leerlinge is wat "ander" metodes toepas. Dit dui moontlik op 'n groter onsekerheid om 'n rekenstrategie skriftelik te verduidelik. St. 5-leerlinge het dit moeilik gevind om 'n oefening met voorbeelde soos bv.

$$7 + -3 = 4 + 3 + -3 = 4$$

te interpreteer en hul bewerkings te formuleer.

* By $-a - -b$, $a > b$ dui die resultate op 'n konsekwente toename in suksesvolle toepassing van analogiese metodes en 'n afname in benutting van die getallelyn. Vanaf Maart het geen leerlinge die getallelyn hier onsuksesvol toegepas nie. Dit moet egter gestel word dat leerlinge wat die getallelyn benut waarskynlik ook van analogiese redenasie gebruik maak en die resultaat hiervan in terme van die getallelyn formuleer. As voorbeeld het leerlinge die bewerkingsgeval $-5 - -8$ as volg verduidelik: "Begin by -5 en tel 8 plekke op." Die motivering waarom hulle "op" tel, was: "As ek die twee getalle optel, dan moet ek af gaan. Omdat ek die getalle aftrek, kan ek nie meer afgaan nie, dus gaan ek op."

* Die resultate van $-a - b$ en $-a - -b$, $a < b$ dui op 'n toename in die

suksesvolle toepassing van analogieë, maar dan ook 'n hoë persentasie onsuksesvolle toepassing van hierdie strategie. Die getallelyn is ook met weinig sukses toegepas. Hierdie waarnemings en ook die hoë persentasie antwoorde onder "ander", dui moontlik daarop dat leerlinge hierdie bewerkings moeilik vind.

* By a - b, a < b is dit opvallend dat meer leerlinge die getallelyn hier toepas as analogiese metodes. Daar is ook 'n afname in die onsuksesvolle toepassing van die getallelyn, terwyl die getallelyn ook 'n gewilder strategie as analogiese metodes vir hierdie bewerking is.

* Opsommend blyk dit dat, alhoewel die getallelyn 'n goeie toegangsweg is, die leerlinge met verloop van tyd analogiese metodes met meer sukses toepas. Hierdie verskynsel is meer opmerklik by die gevalle van optelling as by aftrek. Slegs by a - b, a < b lewer die getallelyn deurgaans beter resultate.

4.6 VERSPREIDING VAN STRATEGIEË WAT LEERLINGE GEBRUIK HET TYDENS DIE ONDERHOUDE

In hierdie afdeling word die getal leerlinge wat 'n bepaalde strategie tydens die onderhoude gebruik het, aangedui.

TABEL 29

VERSPREIDING VAN STRATEGIEË WAT LEERLINGE IN ST. 3-5 TYDENS ONDERHOUDE IN APRIL GEBRUIK HET

BEWERKINGSGEVAL	STRATEGIE														
	GETALLELYN			UITWISSING			ANALOGIE			INVERSE BEW.			ANDER		
	5	4	3	5	4	3	5	4	3	5	4	3	5	4	3
1. $a - b$, $a < b$	1						3	3	3		1			1	
2. $^{-}a + {}^{-}b$, $a > b$			3				4	5							
3. $^{-}a + {}^{-}b$, $a < b$			3				4	5							
4. $a \times {}^{-}b$															
5. $^{-}a \times b$															
6. $a + {}^{-}b$, $a > b$	1	1	3	1			2	4							
7. $a + {}^{-}b$, $a < b$	2	1	3				2	4							
8. $^{-}a - {}^{-}b$, $a > b$	1		1				3	5	1						1
9. $^{-}a - b$															
10. $^{-}a - {}^{-}b$, $a < b$															
11. $a - {}^{-}b$															

Hierdie gegewens bevestig die tendense wat uit die skriftelike toetse afgelei is, nl. dat die getallelyn 'n bevredigende toegangsweg is, maar dat leerlinge spontaan analogiese metodes begin toepas.

TABEL 30

VERSPREIDING VAN STRATEGIEë WAT ST. 2-LEERLINGE TYDENS DIE ONDERHOUDE IN APRIL EN OKTOBER TOEGEPAS HET

BEWERKINGSGEVAL	GETAL LEERLINGE		STRATEGIEë									
			GETALLELYN		UITWISSING		ANALOGIE		INVERSE BEW.		ANDER	
	APRIL	OKT	APRIL	OKT.	APRIL	OKT.	APRIL	OKT.	APRIL	OKT.	APRIL	OKT.
1. $a - b,\ a < b$	9	14	6	13			2				2	1
2. ${}^{-}a + {}^{-}b,\ a > b$	9	14	6	14			3					
3. ${}^{-}a + {}^{-}b,\ a < b$	9		6				3					
4. $a \times {}^{-}b$		8		2				4				2
5. ${}^{-}a \times b$												
6. $a + {}^{-}b,\ a > b$	9	14	6	13			3	1				
7. $a + {}^{-}b,\ a < b$	9	14	6	14			3					
8. ${}^{-}a - {}^{-}b,\ a > b$	9	14	6	13			2	1			1	
9. ${}^{-}a - b$		14		14								
10. ${}^{-}a - {}^{-}b,\ a < b$		14		14								
11. $a - {}^{-}b$		14		14								

Alhoewel sommige leerlinge analogiese metodes reeds in April 1985 begin toepas het, is hoofsaaklik van die getallelyn in Oktober gebruik gemaak. Die hoë gebruik van die getallelyn is moontlik aan hierdie leerlinge se afhanklikheid van konsepsuele hulpmiddels te wyte, en die verhoogde gebruik in Oktober omdat leerlinge aftrekking hoofsaaklik m.b.v. die getallelyn verduidelik het, bv. vir die bewerking -5 - -8 as "begin by -5 en gaan 8 plekke op."

HOOFSTUK 5

GEVOLGTREKKINGS EN AANBEVELINGS

5.1 GEVOLGTREKKINGS

Alhoewel dit sekerlik gevaarlik is om na aanleiding van ervarings in een skool te veralgemeen, dui die resultate daarop dat laerskoolleerlinge vir die begrip negatiewe getalle sowel as sekere bewerkingsgevalle bevatlik is. Na onderrig wat slegs oor 10 periodes van 30 minute elk gestrek het, was die persentasies leerlinge uit die verskillende klasse wat die verskillende bewerkingsgevalle korrek hanteer het soos volg:

TABEL 31

PERSENTASIES LEERLINGE WAT ELKE BEWERKING KORREK GEDOEN HET IN DIE NATOETS VAN OKTOBER

BEWERKING	STANDERD			
	5	4	3	2
${}^{-}a + {}^{-}b, a > b$	75,6	67,6	83,8	86,8
${}^{-}a + {}^{-}b, a < b$	80,5	70,3	86,5	84,2
$a + {}^{-}b, a > b$	82,9	86,5	75,7	73,7
$a + {}^{-}b, a < b$	85,4	81,1	83,8	81,6
${}^{-}a - {}^{-}b, a > b$	85,4	83,8	97,3	86,8
${}^{-}a - b$	39,6	0	24,3	15,8
${}^{-}a - {}^{-}b, a < b$	51,2	43,2	56,8	57,9
$a - {}^{-}b$	48,8	29,7	51,4	57,9
$a - b, a < b$	90,2	81,1	89,2	52,6
$a \times {}^{-}b$	75,6	75,7	59,5	47,4
${}^{-}a \times b$	63,4	81,1	70,3	44,7

Dit wil dus voorkom asof die volgende bewerkingsgevalle met veiligheid vanaf st. 2 in die kurrikulum ingesluit kan word, en wel geleidelik vanaf st. 2 tot st. 5:

$-a + -b$ (vir $a > b$ en $a < b$)

$a + -b$ (vir $a > b$ en $a < b$)

$a - b$ (vir $a < b$)

$-a - -b$ (vir $a > b$)

Dit moet egter duidelik gestel word dat die huidige resultate bereik is met 'n totaal nie-voorskriftelike en onderhandellende onderrigstrategie. Afgesien van temperatuur en 'n vertikale getallelyn (termometer) is geen konkrete betekenisse, konsepsuele hulpmiddels of rekenstrategieë aan die leerlinge voorgehou nie.

Met uitsondering van die geval $a - b$, $a < b$ (bv. $3 - 7$), en in 'n mindere mate $a + -b$ (bv. $5 + -3$; $5 + -8$) vertoon leerlinge sterk voorkeure vir selfgegenereerde analogiese metodes bo die getallelyn wat aan hulle voorgehou is.

In die huidige studie is temperature benede vriespunt as vertrekpunt gebruik ten einde betekenisgewing aan negatiewe getalle moontlik te maak, asook om die getallelyn as 'n konsepsuele hulpmiddel beskikbaar te stel. Die volgende twee punte van kritiek kan egter teen hierdie benadering ingebring word:

(i) Die vroeë beklemtoning van die getallelyn kan die ontplooiing van analogiese denke, wat vir sommige bewerkingsgevalle 'n meer doeltreffende denkstrategie blyk te wees (wat ook meer deur leerlinge gebruik word) inhibeer.

(ii) Die meerderheid van bewerkingsgevalle (bv. -5 + -3, -12 - -3, 5 x -4) maak nie sin as bewerkings t.o.v. temperatuur nie. Die enigste bewerkingsgevalle wat toepassing vind m.b.t. temperatuur, is eintlik die aftrekking en bytelling van telgetalle by heelgetalle (temperatuurdalings en stygings), bv. 7 - 3, 7 - 10, -7 - 3, -7 -10. Die laaste twee gevalle blyk vir laerskoolleerlinge relatief moeilik te wees.

'n Alternatiewe benadering, waarin negatiewe getalle bloot as abstrakte objekte (en as die uitkoms van aftrekking van 'n telgetal van 'n groter telgetal) beskou word, dien dus ook ondersoek te word.

5.2 AANBEVELINGS

Dit word aanbeveel dat ernstige oorweging aan die insluiting van heelgetalrekenkunde in die Wiskunde-kurrikulum vir standerds 2 tot 5 oorweeg word. Dit word egter aanbeveel dat met die oog op verantwoorde kurrikulering verdere navorsing gedoen word, en wel dat negatiewe getalle gedurende 1987 en 1988 op 'n eksperimentele basis in 'n aantal (ongeveer 20) primêre skole van elke uitvoerende onderwysowerheid in die RSA aangebied word. Die volgende werkskema word in die verband aanbeveel:

Standerd 2

+ Aftrekking van 'n telgetal van 'n kleiner telgetal, bv. $3 - 7 = -4$, of die invoering van negatiewe getalle met verwysing na temperature benede vriespunt.

+ Optelling van negatiewe getalle, bv. $-4 + -3$, $-4 + -7$.

Standerd 3

+ Soos vir st. 2.

+ Optelling van heelgetalle (met of sonder verwysing na die getallelyn), nl. a + -b waar a > b (bv. 7 + -3) en a + -b waar a < b (bv. 3 + -7).

+ Die bewerkingsgeval -a - -b waar a > b bv. -9 - -6.

Standerd 4

+ Soos vir standerds 2 en 3.

+ Verdere optelling van heelgetalle: -a + b waar a > b en a < b, bv. -7 + 3 en -3 + 7.

+ Vermenigvuldiging van heelgetalle: a x -b bv 4 x -3.

BRONNELYS

Bell, A. (1982). Looking at Children and Directed Numbers. Mathematics Teaching. 100.

Bell, A. (1983). Direct Numbers and the Bottom Up Curriculum. Mathematics Teaching. 102.

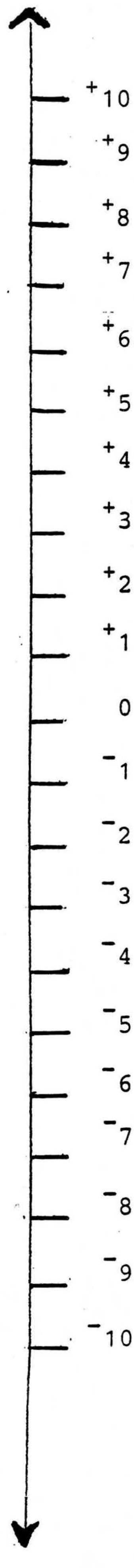
Buys, K. (1984). Uitstapje naar de wereld der negatieve getallen. Studiestuk. Enschede, Nederland: Stichting voor de Leerplanontwikkeling, Enschede.

Goffree, F. (1985). Een formele benadering van negatieve getallen, een eksperiment met lagere schoolkinderen. Studiestuk. Enschede, Nederland: Stichting voor de Leerplanontwikkeling, Enschede.

Murray, J.C. (1984). Leerlinge se bemeestering van Heelgetal-rekenkunde. Studies oor Wiskunde-didaktiek 1. Stellenbosch: Eenheid vir Navorsing oor Wiskunde-onderwys, Universiteit van Stellenbosch.

Murray, J.C. (1986). Die Onderrig van Heelgetalrekenkunde. In Oberholzer, G. (Red.), Verrigtinge van die Agste Nasionale Kongres oor Wiskunde-onderwys van die Wiskundegenootskap van Suid-Afrika. Stellenbosch: Universiteit van Stellenbosch.

<u>BYLAE A</u>



BYLAE B

EERSTE WEEK (APRIL)

ST. 4 EN 5

OEFENING 1

1. Watter een van die volgende is die grootste?
(Dink aan temperatuur as jy hulp nodig het).

(a) 2 of 8

(b) 3 of $^{-}2$

(c) $^{-}1$ of 1

(d) $^{-}4$ of $^{-}2$

(e) 0 of $^{-}5$

(f) $^{-}3$ of $^{-}9$

2. Watter een van die volgende is die kleinste?

(a) 7 of 4

(b) 4 of $^{-}5$

(c) $^{-}2$ of 8

(d) $^{-}3$ of $^{-}1$

(e) 0 of $^{-}7$

(f) $^{-}4$ of $^{-}6$

OEFENING 2

1. (Gebruik temperatuur as jy hulp nodig het).

Voltooi die volgende:

Watter getal is:		
	1 kleiner as 4	4 groter as 3
	2 kleiner as 4	4 groter as 2
	3 kleiner as 4	4 groter as 1
	4 kleiner as 4	4 groter as 0
	5 kleiner as 4	4 groter as $^{-}1$
	6 kleiner as 4	4 groter as $^{-}2$
	7 kleiner as 4	4 groter as $^{-}3$
	8 kleiner as 4	4 groter as $^{-}4$
		4 groter as $^{-}5$
		4 groter as $^{-}6$

2. Watter getal is

(a) 5 groter as 4	(b) 4 groter as $^{-}8$
(c) 6 groter as $^{-}2$	(d) 3 groter as $^{-}7$
(e) 5 groter as $^{-}8$	(f) 7 groter as $^{-}6$
(g) 3 kleiner as 7	(h) 4 kleiner as $^{-}1$
(i) 8 kleiner as 5	(j) 5 kleiner as 0
(k) 7 kleiner as 1	(l) 6 kleiner as $^{-}3$

3. Voltooi die volgende:

(a)		(b)	
	$5 + 5 =$		$4 + {^{-}4} =$
	$5 + 4 =$		$3 + {^{-}3} =$
	$5 + 3 =$		$2 + {^{-}2} =$
	$5 + 2 =$		$1 + {^{-}1} =$
	$5 + 1 =$		$0 + 0 =$
	$5 + 0 =$		${^{-}1} + 1 =$
	$5 + {^{-}1} =$		${^{-}2} + 2 =$
	$5 + {^{-}2} =$		${^{-}3} + 3 =$
	$5 + {^{-}3} =$		${^{-}4} + 4 =$
	$5 + {^{-}4} =$		
	$5 + {^{-}5} =$		
	$5 + {^{-}6} =$		
	$5 + {^{-}7} =$		

OEFENING 3

1. Voltooi die volgende:

(a)
$2 + 3 =$
$2 + 2 =$
$2 + 1 =$
$2 + 0 =$
$2 + {}^{-}1 =$
$2 + {}^{-}2 =$
$2 + {}^{-}3 =$
$2 + {}^{-}4 =$

(b)
$6 + 4 =$
$6 + 2 =$
$6 + 0 =$
$6 + {}^{-}2 =$
$6 + {}^{-}4 =$
$6 + {}^{-}6 =$
$6 + {}^{-}8 =$
$6 + {}^{-}10 =$

(c)
$3 + {}^{-}5 =$
$3 + {}^{-}4 =$
$3 + {}^{-}3 =$
$3 + {}^{-}2 =$
$3 + {}^{-}1 =$
$3 + 0 =$
$3 + 1 =$
$3 + 2 =$

2. Voltooi die volgende:

(a)
${}^{-}2 + {}^{-}1 =$
${}^{-}2 + 0 =$
${}^{-}2 + 1 =$
${}^{-}2 + 2 =$
${}^{-}2 + 3 =$

(b)
${}^{-}3 + {}^{-}2 =$
${}^{-}3 + {}^{-}1 =$
${}^{-}3 + 0 =$
${}^{-}3 + 1 =$
${}^{-}3 + 3 =$
${}^{-}3 + 5 =$

(c)
${}^{-}5 + 7 =$
${}^{-}5 + 6 =$
${}^{-}5 + 5 =$
${}^{-}5 + 3 =$
${}^{-}5 + 0 =$
${}^{-}5 + {}^{-}1 =$

3. Bereken:

(a) $5 + 3 =$

(b) ${}^{-}5 + {}^{-}3 =$

(c) ${}^{-}5 + 3 =$

(d) $5 + {}^{-}3 =$

(e) $4 + 7 =$

(f) ${}^{-}4 + {}^{-}7 =$

(g) $4 + {}^{-}7 =$

(h) ${}^{-}4 + 7 =$

(i) ${}^{-}2 + {}^{-}6 =$

(j) ${}^{-}2 + 6 =$

(k) $2 + 6 =$

(l) $2 + {}^{-}6 =$

OEFENING 4

1. Voltooi die volgende:

(a)	$5 + 4 =$	$^{-}5 + {}^{-}4 =$
(b)	$7 + 6 =$	$^{-}7 + {}^{-}6 =$
(c)	$3 + 8 =$	$^{-}3 + {}^{-}8 =$
(d)	$1 + 9 =$	$^{-}1 + {}^{-}9 =$
(e)	$4 + 8 =$	$^{-}4 + {}^{-}8 =$

2. Voltooi die volgende:

(a)	$7 - 4 =$	$7 + {}^{-}4 =$
(b)	$10 - 6 =$	$10 - {}^{-}6 =$
(c)	$9 - 7 =$	$9 + {}^{-}7 =$
(d)	$8 - 7 =$	$8 + {}^{-}7 =$
(e)	$12 - 6 =$	$12 + {}^{-}6 =$

3. Bereken:

(a) $4 + 5 =$

(b) $0 + 8 =$

(c) $^{-}7 + {}^{-}4 =$

(d) $^{-}5 + {}^{-}4 =$

(e) $13 + {}^{-}7 =$

(f) $11 + {}^{-}8 =$

(g) $5 + {}^{-}8 =$

(h) $4 + {}^{-}9 =$

(i) $^{-}8 + 6 =$

(j) $^{-}10 + 5 =$

(k) $^{-}4 + 7 =$

(l) $^{-}2 + 9 =$

OEFENING 5

1. Voltooi die volgende:

(a) $7 = 3 +$ ___

(b) $^{-}8 = {}^{-}2 +$ ___

(c) $^{-}10 =$ ___ $+ {}^{-}7$

(d) $12 =$ ___ $+ 9$

(e) $^{-}9 = {}^{-}5 +$ ___

(f) $^{-}6 =$ ___ $+ {}^{-}3$

2. Voltooi die volgende:

(a) $7 + {}^{-}3 = ($ ___ $+ 3) + {}^{-}3$

$=$ ___ $+ (3 + {}^{-}3)$

$=$ ___ $+$ ___

$=$ ___

(b) $12 + {}^{-}9 = ($ ___ $+ 9) + {}^{-}9$

$=$ ___ $+ (9 + {}^{-}9)$

$=$ ___

(c) $^{-}8 + 3 = {}^{-}5 +$ ___ $+ 3$

$= {}^{-}5 +$ ___

$=$ ___

(d) $4 + {}^{-}10 = 4 +$ ___ $+ {}^{-}6$

$=$ ___ $+ {}^{-}6$

$=$ ___

(e) $^{-}11 + 7 =$ ___ $+ {}^{-}7 + 7$

$=$ ___

(f) $2 + {}^{-}8 = 2 +$ ___ $+$ ___

$=$ ___

(g) $3 + {}^{-}5 = 3 +$ ___ $+$ ___

$=$ ___

(h) $^{-}7 + 4 =$ ___

(i) $9 + {}^{-}6 =$ ___

(j) $^{-}11 + 5 =$ ___

(k) $3 + {}^{-}10 =$ ___

(l) $^{-}6 + 4 =$ ___

OEFENING 6

Bereken elk van die volgende:

1. $2 - 6 =$
2. $4 - 9 =$
3. $5 - 8 =$
4. ${}^{-}7 + {}^{-}2 =$
5. ${}^{-}5 + {}^{-}3 =$
6. ${}^{-}8 + {}^{-}1 =$
7. ${}^{-}2 + {}^{-}8 =$
8. ${}^{-}4 + {}^{-}7 =$
9. ${}^{-}5 + {}^{-}9 =$
10. $2 \times {}^{-}5 =$
11. $5 \times {}^{-}4 =$
12. $3 \times {}^{-}6 =$
13. ${}^{-}7 \times 2 =$
14. ${}^{-}4 \times 7 =$
15. ${}^{-}2 \times 9 =$
16. $14 + {}^{-}7 =$
17. $11 + {}^{-}4 =$
18. $9 + 6 =$
19. $5 + {}^{-}8 =$
20. $7 + {}^{-}9 =$
21. $3 + {}^{-}6 =$
22. ${}^{-}9 - {}^{-}5 =$
23. ${}^{-}8 - 2 =$
24. ${}^{-}2 \times {}^{-}4 =$
25. ${}^{-}5 - {}^{-}9 =$
26. $4 - {}^{-}7 =$
27. ${}^{-}7 - {}^{-}4 =$
28. ${}^{-}7 - 5 =$
29. ${}^{-}3 \times {}^{-}7 =$
30. ${}^{-}4 - {}^{-}6 =$
31. $5 - {}^{-}7 =$
32. ${}^{-}5 - {}^{-}3 =$
33. ${}^{-}3 - 6 =$
34. ${}^{-}6 \times {}^{-}3 =$
35. ${}^{-}6 - {}^{-}10 =$
36. $2 - {}^{-}8 =$

BYLAE C

EERSTE WEEK (APRIL)

ST. 2 EN 3

OEFENING 1

1. Watter een van die volgende is die grootste? (Dink aan temperatuur as jy hulp nodig het).

(a) 2 of 8	(b) 3 of $^{-}2$
(c) $^{-}1$ of 1	(d) $^{-}4$ of $^{-}2$
(e) 0 of $^{-}5$	(f) $^{-}3$ of $^{-}9$

2. Watter een van die volgende is die kleinste?

(a) 7 of 4	(b) 4 of $^{-}5$
(c) $^{-}2$ of 8	(d) $^{-}3$ of $^{-}1$
(e) 0 of $^{-}7$	(f) $^{-}4$ of $^{-}6$

OEFENING 2

1. Voltooi:

bv. 3 is 4 kleiner as 7
... is 5 kleiner as 7
... is 6 kleiner as 7
... is 7 kleiner as 7
... is 8 kleiner as 7

2. Voltooi:

bv. 5 is 2 groter as 3
... is 3 groter as 4
... is 2 groter as 1
... is 4 groter as $^{-}6$
... is 3 groter as $^{-}4$

3. Voltooi:

... is 2 kleiner as 5
... is 4 kleiner as 2
... is 6 kleiner as 3
... is 3 kleiner as 1
... is 1 kleiner as $^{-}3$
... is 2 kleiner as 0
... is 5 kleiner as 6
... is 3 kleiner as $^{-}2$
... is 4 kleiner as $^{-}3$
... is 5 kleiner as 2

4. Voltooi:

... is 3 groter as 1
... is 3 groter as $^{-}4$
... is 4 groter as $^{-}6$
... is 2 groter as $^{-}2$
... is 5 groter as $^{-}3$
... is 7 groter as $^{-}4$
... is 2 groter as 3
... is 5 groter as $^{-}8$
... is 5 groter as $^{-}1$
... is 7 groter as $^{-}7$

OEFENING 3

1. Voltooi:

$3 + 3 = \ldots$

$2 + 2 = \ldots$

$1 + 1 = \ldots$

$0 + 0 = \ldots$

$^{-}1 + {}^{-}1 = \ldots$

$^{-}2 + {}^{-}2 = \ldots$

$^{-}3 + {}^{-}3 = \ldots$

2. Voltooi:

$3 + {}^{-}3 = \ldots$

$2 + {}^{-}2 = \ldots$

$1 + {}^{-}1 = \ldots$

$0 + 0 = \ldots$

$^{-}1 + 1 = \ldots$

$^{-}2 + 2 = \ldots$

$^{-}3 + 3 = \ldots$

3. Voltooi:

$2 + 1 = \ldots$

$2 + 0 = \ldots$

$2 + {}^{-}1 = \ldots$

$2 + {}^{-}2 = \ldots$

$2 + {}^{-}3 = \ldots$

4. Voltooi:

$4 + {}^{-}4 = \ldots$

$3 + {}^{-}2 = \ldots$

$2 + {}^{-}3 = \ldots$

$^{-}3 + 1 = \ldots$

$^{-}1 + {}^{-}3 = \ldots$

OEFENING 4

1. Voltooi die volgende:

(a) $5 + 4 =$ $\quad$ $^{-}5 + {}^{-}4 =$

(b) $7 + 6 =$ $\quad$ $^{-}7 + {}^{-}6 =$

(c) $3 + 8 =$ $\quad$ $^{-}3 + {}^{-}8 =$

(d) $1 + 9 =$ $\quad$ $^{-}1 + {}^{-}9 =$

(e) $4 + 8 =$ $\quad$ $^{-}4 + {}^{-}8 =$

2. Voltooi die volgende:

(a) $7 - 4 =$ $\quad$ $7 + {}^{-}4 =$

(b) $10 - 6 =$ $\quad$ $10 + {}^{-}6 =$

(c) $9 - 7 =$ $\quad$ $9 + {}^{-}7 =$

(d) $8 - 7 =$ $\quad$ $8 + {}^{-}7 =$

(e) $12 - 6 =$ $\quad$ $12 + {}^{-}6 =$

3. Bereken:

(a) $4 + 5 =$ $\quad$ (b) $0 + 8 =$ $\quad$ (c) $^{-}7 + {}^{-}4 =$

(d) $^{-}5 + {}^{-}4 =$ $\quad$ (e) $13 + {}^{-}7 =$ $\quad$ (f) $11 + {}^{-}8 =$

(g) $5 + {}^{-}8 =$ $\quad$ (h) $4 + {}^{-}9 =$ $\quad$ (i) $^{-}8 + 6=$

(j) $^{-}10 + 5 =$ $\quad$ (k) $^{-}4 + 7 =$ $\quad$ (l) $^{-}2 + 9 =$

OEFENING 5

Bereken elk van die volgende:

1. $2 - 6 =$
2. $4 - 9 =$
3. $5 - 8 =$
4. $^{-}7 + {}^{-}2 =$
5. $^{-}5 + {}^{-}3 =$
6. $^{-}8 + {}^{-}1 =$
7. $^{-}2 + {}^{-}8 =$
8. $^{-}4 + {}^{-}7 =$
9. $^{-}5 + {}^{-}9 =$
10. $2 \times {}^{-}5 =$
11. $5 \times {}^{-}4 =$
12. $3 \times {}^{-}6 =$
13. $^{-}7 \times 2 =$
14. $^{-}4 \times 7 =$
15. $^{-}2 \times 9 =$
16. $14 + {}^{-}7 =$
17. $11 + {}^{-}4 =$
18. $9 + {}^{-}6 =$
19. $5 + {}^{-}8 =$
20. $7 + {}^{-}9 =$
21. $3 + {}^{-}6 =$
22. $^{-}9 - {}^{-}5 =$
23. $^{-}8 - 2 =$
24. $^{-}2 \times {}^{-}4 =$
25. $^{-}5 - {}^{-}9 =$
26. $4 - {}^{-}7 =$
27. $^{-}7 - {}^{-}4 =$
28. $^{-}7 - 5 =$
29. $^{-}3 \times {}^{-}7 =$
30. $^{-}4 - {}^{-}6 =$
31. $5 - {}^{-}7 =$
32. $^{-}5 - {}^{-}3 =$
33. $^{-}3 - 6 =$
34. $^{-}6 \times {}^{-}3 =$
35. $^{-}6 - {}^{-}10 =$
36. $2 - {}^{-}8 =$

BYLAE D

1. Watter een is die grootste?

   (a) $^-7$ of $^-2$

   (b) $^-3$ of 1

2. Voltooi:

   (a) $^-5 + 5 =$

   (b) $3 + {}^-3 =$

   (c) $7 + 2 =$

   (d) $8 + {}^-2 =$

   (e) $^-3 + {}^-5 =$

   (f) $^-6 + 4 =$

   (g) $^-7 + {}^-4 =$

   (h) $6 + {}^-3 =$

   (i) $7 + {}^-5 =$

   (j) $^-9 + 6 =$

   (k) $3 - 8 =$

   (l) $^-9 - {}^-4 =$

   (m) $4 \times {}^-3 =$

   (n) $^-2 \times 5 =$

B Y L A E   E

OKTOBER

ST. 2-5

NO.	VRAAG	ANTWOORD	VERDUIDELIK HOE JY DIE ANTWOORD BEREKEN HET
1.	$3 - 5$		
2.	$^{-}6 + {}^{-}2$		
3.	$^{-}3 + {}^{-}7$		
4.	$3 \times {}^{-}2$		
5.	$^{-}4 \times 5$		
6.	$7 + {}^{-}3$		
7.	$4 + {}^{-}6$		
8.	$^{-}8 - {}^{-}6$		
9.	$^{-}5 - 4$		
10.	$^{-}4 - {}^{-}7$		
11.	$5 - {}^{-}2$		
12.	$2 - 6$		
13.	$^{-}7 + {}^{-}4$		
14.	$^{-}5 + {}^{-}8$		
15.	$4 \times {}^{-}5$		
16.	$^{-}6 \times 2$		
17.	$8 + {}^{-}6$		
18.	$3 + {}^{-}9$		
19.	$^{-}12 - {}^{-}7$		
20.	$^{-}4 - 6$		
21.	$^{-}5 - 9$		
22.	$6 - {}^{-}5$		
23.	$5 - 7$		
24.	$^{-}8 + {}^{-}5$		
25.	$^{-}4 + {}^{-}6$		
26.	$5 \times {}^{-}3$		
27.	$^{-}6 \times 5$		
28.	$12 + {}^{-}6$		
29.	$4 + {}^{-}8$		
30.	$^{-}11 - {}^{-}9$		
31.	$^{-}8 - 4$		
32.	$^{-}6 - {}^{-}11$		
33.	$7 - {}^{-}5$		

OEFENING 2

1. VOLTOOI:

(a)	$5 + 7 =$	${}^-5 + {}^-7 =$
(b)	$6 + 3 =$	${}^-6 + {}^-3 =$
(c)	$8 + 3 =$	${}^-8 + {}^-3 =$
(d)	$4 + 6 =$	${}^-4 + {}^-6 =$

2.

(a)	$11 - 7 =$	$11 + {}^-7 =$	${}^-11 + 7 =$
(b)	$9 - 5 =$	$9 + {}^-5 =$	${}^-9 + 5 =$
(c)	$10 - 5 =$	$10 + {}^-5 =$	${}^-10 + 5 =$
(d)	$12 - 3 =$	$12 + {}^-3 =$	${}^-12 + 3 =$

3. Voltooi:

(a) ${}^-5 + {}^-8 =$

(b) ${}^-9 + {}^-6 =$

(c) $9 + {}^-7 =$

(d) ${}^-9 + 5 =$

(e) ${}^-4 + 8 =$

(f) $3 + {}^-10 =$

4. Voltooi die volgende:

(a)	$12 - 7 =$	${}^-12 - {}^-7 =$	${}^-12 + 7 =$
(b)	$9 - 6 =$	${}^-9 - {}^-6 =$	${}^-9 + 6 =$
(c)	$8 - 3 =$	${}^-8 - {}^-3 =$	${}^-8 + 3 =$
(d)	$11 - 5 =$	${}^-11 - {}^-5 =$	${}^-11 + 5 =$
(e)	$7 - 3 =$	${}^-7 - {}^-3 =$	${}^-7 + 3 =$

OEFENING 3

Voltooi die volgende:

1. 7 + ○ = 4
2. ○ + 7 = 3
3. 8 - ○ = 11
4. 8 + ○ = 6
5. ○ + 6 = 2
6. 7 - ○ = 10
7. 9 + ○ = 4
8. ○ + 8 = 6
9. 3 - ○ = 7
10. 6 + ○ = 2
11. ○ + 6 = 4
12. 5 - ○ = 8
13. 7 + ○ = 5
14. ○ + 5 = 2
15. 3 - ○ = 7

OEFENING 4

1. Voltooi die volgende getalsinne:

   (a) $\bigcirc - {}^{-}3 = 9$

   (b) $\bigcirc - {}^{-}4 = 7$

   (c) ${}^{-}4 + \bigcirc = 3$

   (d) $\bigcirc + {}^{-}3 = 7$

   (e) $11 + \bigcirc = 6$

   (f) $4 - \bigcirc = 9$

   (g) $\bigcirc + 6 = 2$

   (h) $3 - \bigcirc = 8$

   (i) $7 - \bigcirc = 10$

   (j) $\bigcirc + 7 = 5$

2. Bereken die volgende:

   (a) ${}^{-}11 - {}^{-}6 =$

   (b) $8 - {}^{-}4 =$

   (c) ${}^{-}3 - {}^{-}5 =$

   (d) $3 - 6 =$

   (e) ${}^{-}9 - {}^{-}7 =$

   (f) $6 - {}^{-}3 =$

   (g) ${}^{-}4 - {}^{-}9 =$

   (h) $5 - 10 =$

NO.	VRAAG	ANTWOORD	VERDUIDELIK HOE JY DIE ANTWOORD BEREKEN HET
1.	$2 - 6$		
2.	${}^{-}7 + {}^{-}3$		
3.	${}^{-}1 + {}^{-}5$		
4.	$4 \times {}^{-}5$		
5.	${}^{-}2 \times 7$		
6.	$8 + {}^{-}6$		
7.	$3 + {}^{-}9$		
8.	${}^{-}9 - {}^{-}5$		
9.	${}^{-}6 - 2$		
10.	${}^{-}5 - {}^{-}7$		
11.	$4 - {}^{-}3$		
12.	$4 - 7$		
13.	${}^{-}5 + {}^{-}3$		
14.	${}^{-}4 + {}^{-}7$		
15.	$3 \times {}^{-}7$		
16.	${}^{-}8 \times 2$		
17.	$9 + {}^{-}7$		
18.	$5 + {}^{-}11$		
19.	${}^{-}13 - {}^{-}8$		
20.	${}^{-}5 - 7$		
21.	$6 - {}^{-}10$		
22.	$5 - {}^{-}4$		
23.	$6 - 9$		
24.	${}^{-}9 + {}^{-}3$		
25.	${}^{-}6 + {}^{-}8$		
26.	$4 \times {}^{-}6$		
27.	${}^{-}7 \times 3$		
28.	$11 + {}^{-}9$		
29.	$7 + {}^{-}13$		
30.	${}^{-}14 - {}^{-}9$		
31.	${}^{-}7 - 5$		
32.	${}^{-}4 - {}^{-}10$		
33.	$5 - {}^{-}4$		

BYLAE F

ONDERHOUDE ST. 2

NO.	BEWERKING	ANTW.	VERDUIDELIKING	STRATEGIE
1.	$3 - 7$			
2.	${}^{-}6 + {}^{-}3$			
3.	${}^{-}4 + {}^{-}7$			
4.	$3 \times {}^{-}4$			
5.	$7 + {}^{-}5$			
6.	$4 + {}^{-}9$			
7.	${}^{-}5 - {}^{-}3$			
8.	${}^{-}3 - 5$			
9.	${}^{-}3 - {}^{-}7$			
10.	$3 - {}^{-}5$			

BYLAE G

MAART 1986

ST. 2 EN 3

OEFENING 1

NO.	VRAAG	ANTWOORD	VERDUIDELIK HOE JY DIE ANTWOORD BEREKEN HET
1.	$4 - 7$		
2.	$^{-}5 + {}^{-}3$		
3.	$^{-}2$ " $^{-}4$		
4.	$3 \times {}^{-}4$		
5.	$^{-}5 \times 3$		
6.	$8 + {}^{-}3$		
7.	$3 + {}^{-}7$		
8.	$^{-}9 - {}^{-}5$		
9.	$^{-}4 - 3$		
0.	$^{-}3 - {}^{-}7$		
1.	$6 - {}^{-}3$		
2.	$3 - 8$		
3.	$^{-}8 + {}^{-}2$		
4.	$^{-}3 + {}^{-}6$		
5.	$3 \times {}^{-}7$		

NO.	VRAAG	ANTWOORD	VERDUIDELIK HOE JY DIE ANTWOORD BEREKEN
6.	$^{-}5 \times 4$		
7.	$9 + {}^{-}4$		
8.	$5 + {}^{-}10$		
9.	$^{-}11 - {}^{-}6$		
20.	$^{-}5 - 2$		
21.	$^{-}5 - {}^{-}8$		
22.	$8 - {}^{-}2$		
23.	$5 - 9$		
24.	$^{-}9 + {}^{-}3$		
25.	$^{-}5 + {}^{-}7$		
26.	$7 \times {}^{-}2$		
27.	$^{-}8 \times 3$		
28.	$21 + {}^{-}4$		
29.	$3 + {}^{-}9$		
30.	$^{-}11 - {}^{-}8$		
31.	$^{-}8 - 4$		
32.	$^{-}5 - {}^{-}10$		
33.	$7 - {}^{-}5$		

OEFENING 2

1. Voltooi:

(a) $7 + 4 =$ $\qquad$ $^{-}7 + {}^{-}4 =$

(b) $2 + 8 =$ $\qquad$ $^{-}2 + {}^{-}8 =$

(c) $9 + 4 =$ $\qquad$ $^{-}9 + {}^{-}4 =$

(d) $5 + 9 =$ $\qquad$ $^{-}5 + {}^{-}9 =$

2. Voltooi:

(a) $12 - 5 =$ $\qquad$ $12 + {}^{-}5 =$ $\qquad$ $^{-}12 + 5 =$

(b) $9 - 6 =$ $\qquad$ $9 + {}^{-}6 =$ $\qquad$ $^{-}9 + 6 =$

(c) $11 - 8 =$ $\qquad$ $11 + {}^{-}8 =$ $\qquad$ $^{-}11 + 8 =$

(d) $10 - 4 =$ $\qquad$ $10 + {}^{-}4 =$ $\qquad$ $^{-}10 + 4 =$

3. Voltooi:

(a) $^{-}3 + {}^{-}7 =$ $\qquad$ (g) $11 + {}^{-}4 =$

(b) $^{-}8 + {}^{-}4 =$ $\qquad$ (h) $4 + {}^{-}10 =$

(c) $8 + {}^{-}6 =$ $\qquad$ (i) $^{-}2 + {}^{-}9 =$

(d) $3 + {}^{-}9 =$ $\qquad$ (j) $^{-}8 + {}^{-}5 =$

(e) $^{-}4 + {}^{-}9 =$ $\qquad$ (k) $13 + {}^{-}7 =$

(f) $^{-}7 + {}^{-}5 =$ $\qquad$ (l) $5 + {}^{-}11 =$

OEFENING 3

1. Voltooi:

(a) $7 - 4 =$ $\qquad$ $4 - 7 =$

(b) $8 - 3 =$ $\qquad$ $3 - 8 =$

(c) $11 - 6 =$ $\qquad$ $6 - 11 =$

(d) $9 - 7 =$ $\qquad$ $7 - 9 =$

(e) $12 - 8 =$ $\qquad$ $8 - 12 =$

2. Voltooi:

(a) $7 - 3 =$ $\qquad$ ${}^{-}7 - {}^{-}3 =$

(b) $9 - 6 =$ $\qquad$ ${}^{-}9 - {}^{-}6 =$

(c) $11 - 7 =$ $\qquad$ ${}^{-}11 - {}^{-}7 =$

(d) $12 - 7 =$ $\qquad$ ${}^{-}12 - {}^{-}7 =$

(e) $13 - 5 =$ $\qquad$ ${}^{-}13 - {}^{-}5 =$

3. Voltooi:

(a) $5 - 8 =$

(b) ${}^{-}11 - {}^{-}6 =$

(c) $4 - 9 =$

(d) ${}^{-}12 - {}^{-}6 =$

(e) $3 - 10 =$

(f) ${}^{-}9 - {}^{-}7 =$

(g) $6 - 11 =$

(h) ${}^{-}13 - {}^{-}7 =$

OEFENING 4

1. Voltooi:

(a) $4 - 4 =$

$3 - 3 =$

$2 - 2 =$

$1 - 1 =$

${}^{-}1 - {}^{-}1 =$

${}^{-}2 - {}^{-}2 =$

${}^{-}3 - {}^{-}3 =$

${}^{-}4 - {}^{-}4 =$

(b) $4 + {}^{-}4 =$

$3 + {}^{-}3 =$

$2 + {}^{-}2 =$

$1 + {}^{-}1 =$

${}^{-}1 + 1 =$

${}^{-}2 + 2 =$

${}^{-}3 + 3 =$

${}^{-}4 + 4 =$

2. Voltooi:

(a) $3 - 3 =$

$3 - 2 =$

$3 - 1 =$

$3 - 0 =$

$3 - {}^{-}1 =$

$3 - {}^{-}2 =$

$3 - {}^{-}3 =$

(b) $4 - 4 =$

$4 - 6 =$

$4 - 5 =$

$4 - 4 =$

$4 - 3 =$

$4 - 2 =$

$4 - 1 =$

$4 - 0 =$

$4 - {}^{-}1 =$

$4 - {}^{-}2 =$

$4 - {}^{-}3 =$

$4 - {}^{-}4 =$

3. Voltooi:

(a) $3 - 8 =$

(b) $4 - {}^{-}2 =$

(c) ${}^{-}5 - {}^{-}3 =$

(d) $4 - 7 =$

(e) $7 - {}^{-}2 =$

(f) $5 - 9 =$

(g) ${}^{-}6 - {}^{-}3 =$

(h) $3 - {}^{-}5 =$

OEFENING 5

1. Voltooi:

(a)	$6 - 8 =$	$^{-}6 - {}^{-}8 =$	$^{-}6 + 8 =$
(b)	$3 - 7 =$	$^{-}3 - {}^{-}7 =$	$^{-}3 + 7 =$
(c)	$5 - 9 =$	$^{-}5 - {}^{-}9 =$	$^{-}5 + 9 =$
(d)	$2 - 6 =$	$^{-}2 - {}^{-}6 =$	$^{-}2 + 6 =$
(e)	$5 - 10 =$	$^{-}5 - {}^{-}10 =$	$^{-}5 + 10 =$

2. Voltooi:

(a)	$^{-}5 - {}^{-}3 =$	$^{-}3 - {}^{-}5 =$	$^{-}3 + 5 =$
(b)	$^{-}7 - {}^{-}4 =$	$^{-}4 - {}^{-}7 =$	$^{-}4 + 7 =$
(c)	$^{-}9 - {}^{-}7 =$	$^{-}7 - {}^{-}9 =$	$^{-}7 + 9 =$
(d)	$^{-}11 - {}^{-}6 =$	$^{-}6 - {}^{-}11 =$	$^{-}6 + 11 =$
(e)	$^{-}13 - {}^{-}7 =$	$^{-}7 - {}^{-}13 =$	$^{-}7 + 13 =$

3. Voltooi:

(a)	$7 + 3 =$	$7 - {}^{-}3 =$
(b)	$6 + 2 =$	$6 - {}^{-}2 =$
(c)	$3 + 8 =$	$3 - {}^{-}8 =$
(d)	$4 + 5 =$	$4 - {}^{-}5 =$

4. Voltooi:

(a)	$^{-}3 + {}^{-}4 =$	$^{-}3 - 4 =$
(b)	$^{-}5 + {}^{-}3 =$	$^{-}5 - 3 =$
(c)	$^{-}6 + {}^{-}4 =$	$^{-}6 - 4 =$
(d)	$^{-}5 + {}^{-}7 =$	$^{-}5 - 7 =$

OEFENING 6

).	VRAAG	ANTWOORD	VERDUIDELIK HOE JY DIE ANTWOORD BEREKEN HET
	$5 - 8$		
.	${}^{-}6 + {}^{-}3$		
.	${}^{-}4 + {}^{-}7$		
.	${}^{-}6 \times 3$		
.	$7 + {}^{-}5$		
.	$4 + {}^{-}9$		
.	${}^{-}10 - {}^{-}7$		
.	${}^{-}5 - 2$		
).	${}^{-}4 - {}^{-}9$		
1.	$4 - {}^{-}5$		
2.	$4 - 7$		
3.	${}^{-}8 + {}^{-}4$		
4.	${}^{-}3 + {}^{-}7$		
5.	$3 \times {}^{-}7$		

.	VRAAG	ANTWOORD	VERDUIDELIK HOE JY DIE ANTWOORD BEREKEN HET
	$^{-}4$ X 3		
.	12 + $^{-}8$		
.	5 + $^{-}11$		
.	$^{-}12$ - $^{-}8$		
1.	$^{-}6$ - 3		
.	$^{-}4$ - $^{-}7$		
2.	3 - $^{-}5$		
3.	6 - 8		
4.	$^{-}11$ + $^{-}4$		
5.	$^{-}5$ + $^{-}9$		
6.	6 X $^{-}5$		
7.	$^{-}4$ X 4		
8.	9 + $^{-}6$		
9.	4 + $^{-}11$		
0.	$^{-}12$ - $^{-}8$		
1.	$^{-}7$ - 3		
2.	$^{-}4$ - $^{-}6$		
3.	6 - $^{-}3$		

BYLAE H

TABEL 16: PERSENTASIES VAN DIE ST. 5-LEERLINGE WAT BEPAALDE STRATEGIEë IN DIE VOORTOETS VAN OKTOBER 1985 BENUT HET

BEWERKING	GETALLELYN			UITWISSING			ANALOGIE			INVERSE			ANDER		
	Benutting	Suksesvol	Onsuksesvol	Benutting	Suksesvol	Onsuksesvol	Benutting	Suksesvol	Onsuksesvol	Benutting	Suksesvol	Onsuksesvol	Benutting	Suksesvol	Onsuksesvol
${}^{-}a + {}^{-}b,\ a > b$	26	11,7	14,3				69	61,9	7,1				5	0	5
${}^{-}a + {}^{-}b,\ a < b$	28	16,1	11,9				67	64,6	2,4				5	0	5
$a + {}^{-}b,\ a > b$	33	21,1	11,9				60	48,1	11,9				7	2,2	4,8
$a + {}^{-}b,\ a < b$	38	30,9	7,1	5	2,5	2,5	48	43,2	4,8				9	2	7
${}^{-}a - {}^{-}b,\ a > b$	26	7	19				67	48	19				7	7	0
${}^{-}a - b$	36	19,3	16,7				50	19,1	30,9				14	2,1	11,9
${}^{-}a - {}^{-}b,\ a < b$	36	5,1	30,9				43	12,1	30,9	5	5	0	16	2,1	13,9
$a - {}^{-}b$	36	0	36				44	6	38	2,4	0	2,4	16,7	0	16,7
$a - b,\ a < b$	52	33	9,5	14	14	0	21	21	0	2,4	0	2,4	10	7	3

TABEL 17: PERSENTASIES ST. 5-LEERLINGE WAT BEPAALDE STRATEGIEë IN DIE NATOETS VAN OKTOBER 1985 BENUT HET.

BEWERKING	GETALLELYN			UITWISSING			ANALOGIE			INVERSE			ANDER		
	Benutting	Suksesvol	Onsuksesvol	Benutting	Suksesvol	Onsuksesvol	Benutting	Suksesvol	Onsuksesvol	Benutting	Suksesvol	Onsuksesvol	Benutting	Suksesvol	Onsuksesvol
${}^{-}a + {}^{-}b,\ a > b$	20	10	10				70	60	10	5	0	5	5	2,5	2,5
${}^{-}a + {}^{-}b,\ a < b$	23	13	10				60	52,5	7,5	10	0	10	7	4,5	2,5
$a + {}^{-}b,\ a > b$	37	26	10				60	55	5				3	3	0
$a + {}^{-}b,\ a < b$	40	30	10				58	43	15				2	2	0
${}^{-}a - {}^{-}b,\ a > b$	20	17,5	2,5				65	60	5	10	5	5	5	2,5	2,5
${}^{-}a - b$	33	15,5	17,5				45	15	30	12	4,5	7,5	10	5	5
${}^{-}a - {}^{-}b,\ a < b$	28	18	10	2	2	0	45	27,5	17,5	12	12	0	13	8	5
$a - {}^{-}b$	25	10	15				48	33	15	17	12	5	10	0	10
$a - b,\ a < b$	53	50,5	2,5	5	5	0	25	25	0	12	9,5	2,5	5	5	0

TABEL 18: PRESTASIES VAN DIE ST. 4-LEERLINGE WAT BEPAALDE STRATEGIEË IN DIE VOORTOETS VAN OKTOBER 1985 BENUT HET.

BEWERKING	GETALLELYN			UITWISSING			ANALOGIE			INVERSE			ANDER		
	Benutting	Suksesvol	Onsuksesvol	Benutting	Suksesvol	Onsuksesvol	Benutting	Suksesvol	Onsuksesvol	Benutting	Suksesvol	Onsuksesvol	Benutting	Suksesvol	Onsuksesvol
${}^-a + {}^-b,\ a > b$	29	17,6	11,4				57	39,9	17,1				14	5,4	8,6
${}^-a + {}^-b,\ a < b$	31	13,9	17,1				49	49,4	8,6				29	11,9	17,1
$a + {}^-b,\ a > b$	31	19,6	11,4				40	17,1	22,9				29	11,9	17,1
$a + {}^-b,\ a < b$	31	31	0				46	23	23				23	14,4	8,6
${}^-a - {}^-b,\ a > b$	20	11,4	8,6				51	48,1	2,9	3	0	3	25	10,3	14,7
${}^-a - b$	26	14,6	11,4				43	8,7	34,3				31	8,6	22,4
${}^-a - {}^-b,\ a < b$	24	4	20				33	7,3	25,7	3	0	3	40	8,6	31,4
$a - {}^-b$	26	0	26				29	0	29	3	0	3	3	0	3
$a - b,\ a < b$	26	2,9	23,1	20	14.3	5,7	26	20,3	5,7	6	0	6	22	7,7	14,3

TABEL 19: PERSENTASIES VAN DIE ST. 4-LEERLINGE WAT BEPAALDE STRATEGIEË IN DIE NATOETS VAN OKTOBER 1985 BENUT HET.

BEWERKING	GETALLELYN			UITWISSING			ANALOGIE			INVERSE			ANDER		
	Benutting	Suksesvol	Onsuksesvol	Benutting	Suksesvol	Onsuksesvol	Benutting	Suksesvol	Onsuksesvol	Benutting	Suksesvol	Onsuksesvol	Benutting	Suksesvol	Onsuksesvol
${}^-a + {}^-b,\ a > b$	31	14	17				52	43,4	8,6	6	0	6	17	0	17
${}^-a + {}^-b,\ a < b$	34	14	20				52	49,1	2,9	3	0	3	11	0	11
$a + {}^-b,\ a > b$	40	34,3	5,7	3	3	0	51	45,3	5,7				6	3	3
$a + {}^-b,\ a < b$	49	49	0	3	3	0	37	34,1	2,9				11	8,1	2,9
${}^-a - {}^-b,\ a > b$	29	20,4	6,6				49	43,3	5,7	8	8	0	14	5,4	8,6
${}^-a - b$	28	2,3	25,7	3	0	3	43	8,7	34,3	6	0	6	20	2,9	17,1
${}^-a - {}^-b,\ a < b$	29	14,5	14,5				40	34,3	5,7				31	11	20
$a - {}^-b$	29	6,1	22,9				29	14,5	14,5	5	5	0	37	11,3	25,7
$a - b,\ a < b$	34	22,6	11,4	3	3	0	43	43	0	11	8,1	2,9	9	9	0

TABEL 20

GETAL EN PERSENTASIE ST. 3-LEERLINGE WAT BEPAALDE STRATEGIEË BENUT : $^-a + {}^-b$, $a > b$

	GETALLELYN				ANALOGIE				ANDER			
	OKT 1	OKT 2	MAART 1	MAART 2	OKT 1	OKT 2	MAART 1	MAART 2	OKT 1	OKT 2	MAART 1	MAART 2
GETAL WAT SUKSESVOL TOEPAS	7	11	5	7	12	11	13	20	3	3	8	0
GETAL WAT ONSUKSESVOL TOEPAS	10	4	4	2	1	1	0	2	2	2	3	1
TOTALE GETAL WAT TOEPAS	17	15	9	9	13	12	13	22	5	5	11	1
% WAT SUKSESVOL TOEPAS	20	34,4	15,2	21,9	34,3	34,4	39,4	62,5	8,6	9,4	24,2	0
% WAT ONSUKSESVOL TOEPAS	28,6	12,5	12,1	6,2	2,8	3,1	0	6,3	5,7	6,2	9,1	3,1
% WAT TOEPAS	48,6	46,9	27,3	28,1	37,1	37,5	39,4	68,8	14,3	15,6	33,1	3,1

TABEL 21

GETAL EN PERSENTASIE ST. 3-LEERLINGE WAT BEPAALDE STRATEGIEË BENUT : $^-a + {}^-b$, $a < b$

	GETALLELYN				ANALOGIE				ANDER			
	OKT 1	OKT 2	MAART 1	MAART 2	OKT 1	OKT 2	MAART 1	MAART 2	OKT 1	OKT 2	MAART 1	MAART 2
GETAL WAT SUKSESVOL TOEPAS	6	11	6	7	12	13	13	19	3	4	7	0
GETAL WAT ONSUKSESVOL TOEPAS	9	3	3	1	2	0	0	4	3	1	4	1
TOTALE GETAL WAT TOEPAS	15	14	9	8	14	13	13	23	6	5	11	1
% WAT SUKSESVOL TOEPAS	17,1	34,4	18,2	21,9	34,3	40,6	39,4	59,4	8,6	12,5	21,2	0
% WAT ONSUKSESVOL TOEPAS	25,7	9,4	9,1	3,1	5,7	0	0	12,5	8,6	3,1	12,1	3,1
% WAT TOEPAS	42,8	43,8	27,3	25	40	40,6	39,4	71,9	17,2	15,6	33,3	3,1

TABEL 22

GETAL EN PERSENTASIE ST. 3-LEERLINGE WAT BEPAALDE STRATEGIEË BENUT : a + ¯b, a > b

	GETALLELYN				ANALOGIE				ANDER			
	OKT 1	OKT 2	MAART 1	MAART 2	OKT 1	OKT 2	MAART 1	MAART 2	OKT 1	OKT 2	MAART 1	MAART 2
GETAL WAT SUKSESVOL TOEPAS	6	16	5	8	3	3	5	10	4	6	4	2
GETAL WAT ONSUKSESVOL TOEPAS	5	2	3	3	9	1	5	7	7	4	11	3
TOTALE GETAL WAT TOEPAS	11	8	8	11	12	4	10	17	11	10	15	5
% WAT SUKSESVOL TOEPAS	17,6	50	15,2	24,2	8,8	9,4	15,15	30,3	11,8	18,8	12,1	6,1
% WAT ONSUKSESVOL TOEPAS	14,7	6,2	9,1	9,1	26,5	3,1	15,15	21,2	20,6	12,5	33,3	9,1
% WAT TOEPAS	32,3	56,2	24,3	33,3	35,3	12,5	30,3	51,5	32,4	31,3	45,4	15,2

TABEL 23

GETAL EN PERSENTASIE ST. 3-LEERLINGE WAT BEPAALDE STRATEGIEË BENUT : a + ¯b, a < b

	GETALLELYN				ANALOGIE				ANDER			
	OKT 1	OKT 2	MAART 1	MAART 2	OKT 1	OKT 2	MAART 1	MAART 2	OKT 1	OKT 2	MAART 1	MAART 2
GETAL WAT SUKSESVOL TOEPAS	4	16	5	10	5	3	4	11	1	7	6	2
GETAL WAT ONSUKSESVOL TOEPAS	6	2	4	2	8	1	4	5	10	3	10	3
TOTALE GETAL WAT TOEPAS	10	18	9	12	13	4	8	16	11	10	16	5
% WAT SUKSESVOL TOEPAS	11,8	50	15,2	30,3	14,7	9,4	12,1	33,3	2,9	21,9	18,2	6,1
% WAT ONSUKSESVOL TOEPAS	17,6	6,2	12,1	6,0	23,5	3,1	12,1	15,2	29,5	9,4	30,3	9,1
% WAT TOEPAS	29,4	56,2	27,3	36,3	38,2	12,5	24,2	48,5	32,4	31,3	48,5	15,2

TABEL 24

GETAL EN PERSENTASIE ST. 3-LEERLINGE WAT BEPAALDE STRATEGIEë BENUT : ${}^-a - {}^-b$, $a > b$

	GETALLELYN				ANALOGIE				ANDER			
	OKT 1	OKT 2	MAART 1	MAART 2	OKT 1	OKT 2	MAART 1	MAART 2	OKT 1	OKT 2	MAART 1	MAART 2
GETAL WAT SUKSESVOL TOEPAS	6	13	2	8	11	7	10	16	5	10	11	5
GETAL WAT ONSUKSESVOL TOEPAS	6	1	0	0	1	0	1	4	6	1	5	0
TOTALE GETAL WAT TOEPAS	12	14	2	8	12	7	11	20	11	11	16	5
% WAT SUKSESVOL TOEPAS	17,15	40,6	6,9	24,2	31,4	21,9	34,5	48,5	14,3	31,3	37,9	15,2
% WAT ONSUKSESVOL TOEPAS	17,15	3,1	0	0	2,9	0	3,4	12,1	17,1	3,1	17,3	0
% WAT TOEPAS	34,3	43,7	6,9	24,2	34,3	21,9	37,9	60,6	31,4	34,4	55,2	15,2

TABEL 25

GETAL EN PERSENTASIE ST. 3-LEERLINGE WAT BEPAALDE STRATEGIEë BENUT : ${}^-a - b$

	GETALLELYN				ANALOGIE				ANDER			
	OKT 1	OKT 2	MAART 1	MAART 2	OKT 1	OKT 2	MAART 1	MAART 2	OKT 1	OKT 2	MAART 1	MAART 2
GETAL WAT SUKSESVOL TOEPAS	4	5	4	1	1	1	0	6	4	2	5	2
GETAL WAT ONSUKSESVOL TOEPAS	11	11	4	8	8	3	5	12	7	10	15	4
TOTALE GETAL WAT TOEPAS	15	16	8	9	9	4	5	18	11	12	20	6
% WAT SUKSESVOL TOEPAS	11,4	15,6	12,15	3	2,9	3,1	0	18,2	11,4	6,3	15,1	6,0
% WAT ONSUKSESVOL TOEPAS	31,4	34,4	12,15	24,3	22,9	9,4	15,2	36,2	20,0	31,2	45,4	12,2
% WAT TOEPAS	42,8	50	24,3	27,3	25,8	12,5	15,2	55,5	31,4	37,5	60,5	18,2

TABEL 26

GETAL EN PERSENTASIE ST. 3-LEERLINGE WAT BEPAALDE STRATEGIEë BENUT : ${}^{-}a - {}^{-}b,\ a < b$

	GETALLELYN				ANALOGIE				ANDER			
	OKT 1	OKT 2	MAART 1	MAART 2	OKT 1	OKT 2	MAART 1	MAART 2	OKT 1	OKT 2	MAART 1	MAART 2
GETAL WAT SUKSESVOL TOEPAS	4	9	5	7	2	2	1	7	5	8	9	3
GETAL WAT ONSUKSESVOL TOEPAS	11	5	2	3	3	2	5	10	10	6	11	3
TOTALE GETAL WAT TOEPAS	15	14	7	10	5	4	6	17	15	14	20	6
% WAT SUKSESVOL TOEPAS	11,4	28,1	15,2	21,2	5,7	6,25	3	21,2	14,3	25,0	27,2	9,1
% WAT ONSUKSESVOL TOEPAS	31,4	15,6	6,0	9,1	8,6	6,25	15,3	30.3	28,6	18,8	33,3	9,1
% WAT TOEPAS	42,8	43,7	21,2	30,3	14,3	12,5	18,3	51,5	42,9	43,8	60,5	18,2

TABEL 27

GETAL EN PERSENTASIE ST. 3-LEERLINGE WAT BEPAALDE STRATEGIEë BENUT : $a - {}^{-}b$

	GETALLELYN				ANALOGIE				ANDER			
	OKT 1	OKT 2	MAART 1	MAART 2	OKT 1	OKT 2	MAART 1	MAART 2	OKT 1	OKT 2	MAART 1	MAART 2
GETAL WAT SUKSESVOL TOEPAS	0	11	1	2	0	2	1	7	0	3	2	0
GETAL WAT ONSUKSESVOL TOEPAS	14	3	6	10	8	1	5	8	13	11	16	6
TOTALE GETAL WAT TOEPAS	14	14	7	12	8	3	6	15	13	14	18	6
% WAT SUKSESVOL TOEPAS	0	34,4	3,0	6,1	0	6,3	3,0	21,2	0	9,4	6,1	0
% WAT ONSUKSESVOL TOEPAS	40,0	9,4	18,2	30,3	22,9	3,1	15,2	24,2	37,1	34,3	48,5	18,2
% WAT TOEPAS	40,0	43,8	21,2	36,4	22,9	9,4	18,2	45,4	37,1	43,7	54,6	18,2

TABEL 28

GETAL EN PERSENTASIE ST. 3-LEERLINGE WAT BEPAALDE STRATEGIEË BENUT: a - b, a < b

	GETALLELYN				ANALOGIE				ANDER			
	OKT 1	OKT 2	MAART 1	MAART 2	OKT 1	OKT 2	MAART 1	MAART 2	OKT 1	OKT 2	MAART 1	MAART 2
GETAL WAT SUKSESVOL TOEPAS	15	22	9	16	6	3	5	12	2	3	14	0
GETAL WAT ONSUKSESVOL TOEPAS	5	1	1	1	0	1	0	2	7	2	4	2
TOTALE GETAL WAT TOEPAS	20	23	10	17	6	4	5	14	9	5	18	2
% WAT SUKSESVOL TOEPAS	42,9	68,7	27,3	48,5	17,1	9,4	15,2	36,3	5,7	9,4	42,4	0
% WAT ONSUKSESVOL TOEPAS	14,3	3,1	3,0	3,0	0	3,1	0	6,1	20	6,3	12,1	6,1
% WAT TOEPAS	57,2	71,8	30,3	51,5	17,1	12,5	15,2	42,4	25,7	15,7	54,5	6,1